I. megoldás. A jobboldal így írható

$$\sin(45^\circ + 30^\circ) - \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ - \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = 2\cos 45^\circ \sin 30^\circ.$$

De $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ és $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ és így tényleg

$$\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 45^\circ = \sin 45^\circ.$$

Ádámfia Irén (Bp. XXI., Jedlik g. III. o. t.)

II. megoldás. A jobboldalra alkalmazva a

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

ismert összefüggést:

$$\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2\cos\frac{75^\circ + 15^\circ}{2}\sin\frac{75^\circ - 15^\circ}{2} = 2\cos 45^\circ \sin 30^\circ \text{ stb.}$$

mint az I. megoldásban.

Zsidó Ottó (Pécs, Bányaip. techn. III. o. t.)

III. megoldás. Mivel mindkét oldal pozitív, azért tételünket bebizonyítottuk, ha mindkét oldal négyzetre emelése után nyert azonosság helyességét mutatjuk meg.

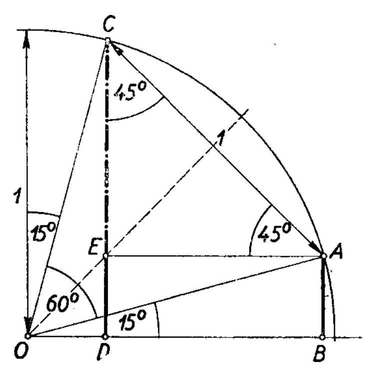
A $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$ azonosság felhasználásával

$$\sin^2 45^\circ = (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)^2 = \cos^2 15 - 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ + \sin^2 15^\circ =$$
$$= 1 - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

De $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, és így tényleg $\sin^2 45 = \frac{1}{2}$.

Almási Lajos (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)

IV. megoldás. Goniometriai képletek felhasználása nélkül, pusztán a szögfüggvények értelmezése alapján is bizonyítható azonosságunk. Az egység sugarú körben (lásd ábrát) $\sin 15^\circ = AB = ED$, és $\sin 75^\circ = CD$.



Az AC húrhoz tartozó középponti szög 60°, tehát AC egyenlő a körsugárral, vagyis az egységgel. Az egész ábránk az OE tengelyre tükrös és így az AEC derékszögű háromszög egyenlő szárú, vagyis $AE = CE = \sin 45^\circ$.

Tehát

$$CE = CD - ED, \text{ vagyis a fentiek alapján } \sin 45^\circ = \sin 75^\circ - \sin 15^\circ.$$

Zsombok Zoltán (Bp. IV., Könyves Kálmán g. III. o. t.)