I. megoldás: Mivel a lg-függvény 0-ra és negatív értékekre nincs értelmezve, kell hogy $x>0$ és $y>0$ legyen. Másrészt, ha $0<x\leq 1$, akkor $\lg x\leq 0$, és $\lg\lg x$ nincs értelmezve. Tehát ezeket az értékeket is ki kell zárnunk és feltenni, hogy $x>1$ és (hasonló okból) $y>1$.

Az (1) egyenletet kétszeri logaritmálással átalakítjuk. (Ez megengedett, mert kikötéseink szerint a logaritmálandó mennyiségek mind pozitívak.)

$$(\lg y)^{\lg\lg x}\cdot\lg x=y^2; \tag{$1'$}$$

$$(\lg\lg x)(\lg\lg y)+\lg\lg x=2\lg y \tag{$1''$}$$

Feltételünk szerint $y\neq 0$ és $y\neq 1$ ezért a (2) egyenletben a baloldalon és a jobboldalon y kitevője egyenlő.

$$(\lg x)^{\lg\lg y}=y. \tag{$2'$}$$

Vegyük ez utóbbi egyenletben is mindkét oldalnak lg-át.

$$(\lg\lg y)(\lg\lg x)=\lg y, \tag{$2''$}$$

amit $(1'')$-ből levonva

$$\lg\lg x=\lg y. \tag{3}$$

Ezt visszahelyettesítve $(2'')$-be és $\lg y$-nal ($\lg y\neq 0$) osztva

$$\lg\lg y=1,\quad \text{amiből}\quad \lg y=10,\quad \text{és így}\quad y=10^{10}.$$

(3)-ból viszont $\lg x=y$, tehát

$$x=10^y=10^{10^{10}}.$$

Ez egyenletrendszerünk egyetlen megoldása.

Szabados József (Bp. III. Árpád g. III. o. t.)

II. megoldás: A baloldalak kitevői egyenlők, amit tüstént látunk, ha összehasonlítjuk a kitevő lg-át. Ezt tudva, vegyük mindkét egyenlet lg-át, és az így nyert két egyenletet osszuk el egymással:

$$(\lg y)^{\lg\lg x}\cdot\lg x=y^2, \tag{1^*}$$

$$(\lg x)^{\lg\lg y}\cdot\lg y=y\lg y. \tag{2^*}$$

$$\frac{\lg x}{\lg y}=\frac{y^2}{y\lg y},\quad \text{vagyis}\quad \lg x=y,$$

és ezzel az I. megoldás (3) egyenletére jutottunk, majd (2^*)-ban $\lg x$ helyébe y-t helyettesítve, y ugyanúgy kiszámítható, mint az I. megoldásban.

Farkas László (Ózd, József A. g. III. o. t.)