

I. megoldás: Mivel n páratlan, azért $a^n + b^n$ osztható $(a + b)$ -vel és

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

A feladat szerint $a + b = nq$, vagyis $b = nq - a$, ahol q egész szám.

Tehát

$$a^n + b^n = nq[a^{n-1} - a^{n-2}(nq - a) + \dots - a(nq - a)^{n-2} + (nq - a)^{n-1}].$$

Azt kell kimutatnunk, hogy a szögletes zárójelben lévő kifejezés osztható n -nel. Ha most a szerinti polinom alakra hozzuk a kifejezést, akkor minden tag tartalmazza n -et, mint tényezőt, kivéve az, összesen n -szer fellépő, a^{n-1} tagokat. Tehát

$$a^n + b^n = nq(nA + na^{n-1}) = n^2q(A + a^{n-1}) = n^2B.$$

Rozsondai Zoltán (Bp. VIII., Apáczai Csere J. IV. o. t.)

II. megoldás: Tételünk közvetlenül nyilvánvalóvá válik, ha alkalmazzuk a binomiális tételt:

$$\begin{aligned} a^n + b^n &= a^n + (nq - a)^n = a^n + \binom{n}{0}n^nq^n - \binom{n}{1}n^{n-1}q^{n-1}a + \dots + \\ &+ (-1)^{n-2}\binom{n}{n-2}n^2q^2a^{n-2} + (-1)^{n-1}\binom{n}{n-1}nqa^{n-1} + (-1)^n\binom{n}{n}a^n. \end{aligned}$$

Mivel n páratlan, azért összegünk első és utolsó tagjának összege 0, a többi tag pedig tartalmazza n^2 -et tényezőként, és így

$$a^n + b^n = n^2A.$$

Rédl György (Bp. XIV., Vegyip. techn. III. o. t.)