I. megoldás: Az adott egyenletből fejezzük ki x-et y-nal és z-vel

$$x=-2y-3z+21+\frac{2y+z-1}{5}=-2y-3z+21+u,$$

ahol

$$2y=5u-z+1,$$

vagyis

$$y=2u+\frac{u+z+1}{2}=2u+v$$

és

$$z=u-2v+1.$$

y és z értékeit visszahelyettesítve x értékébe

$$x=-6u+4v+18.$$

Ezzel mind a három ismeretlent 2–2 paraméterrel kifejeztük.

Mivel x, y és z a feladat szerint csak *pozitív* egész számok lehetnek, azért

(1) $$0<-6u+4v+18,$$

(2) $$0<2u+v,$$

(3) $$0<u-2v+1.$$

Küszöböljük ki a v paramétert.

(2) kétszeresét (3)-hoz adva

(4) $$0<5u+1,$$

(3) kétszeresét (1)-hez adva

(5) $$0<-5u+20.$$

(4)-ből $-\frac{1}{5}<u$, (2)-ből $u<5$,
tehát u csak $0,1,2,3,4$ lehet.

$u=0$ esetén v-re nézve a (2) és (3) alatti egyenlőtlenségek ellentmondók.

$u=1$ esetén

$$0<v+3, \quad 0<v+2 \quad \text{és} \quad 0<2-2v,$$

amely egyenlőtlenségeknek $v=-1$, és $v=0$ tesznek eleget.

Hasonlóképpen nyerjük az (1), (2), (3) egyenlőtlenség-rendszerből, hogy

$$\begin{array}{lll} u=2 & \text{esetén} & v=-1,0,1, \\ u=3 & \quad ,, & v=1, \\ u=4 & \quad ,, & v=2. \end{array}$$

Tehát összesen 7 értékhármast nyerünk megoldásként, amint azt az alábbi táblázat mutatja.

u	1		2			3	4
v	-1	0	-1	0	1	1	2
x	8	12	2	6	10	4	2
y	1	2	3	4	5	7	10
z	4	2	5	3	1	2	1

Parlagh Gyula (Kecskemét, Katona J. g, I. t.)

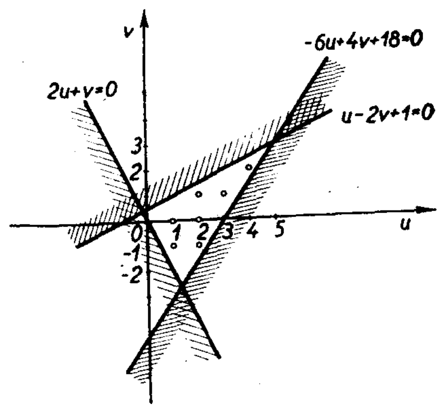
II. megoldás: Az I. megoldásban nyert (1), (2), (3) egyenlőtlenség-rendszernek megoldása grafikusan is történhetik.

Ismeretes, hogy a derékszögű koordinátarendszerben egy kétismeretlenű, elsőfokú egyenlet: $f(x,y)=0$ egyenest jelent, $z=f(x,y)$-nak pedig a térbeli koordinátarendszerben egy sík felel meg, amely az $[x,y]$ síkot éppen az $f(x,y)=0$ egyenesben metszi. Ez az egyenes az $[x,y]$ síkot két félsíkra osztja. Az egyik félsíkon tehát $f(x,y)=z>0$, míg a másikon $f(x,y)=z<0$. Más szóval: az $f(x,y)\lesseqgtr 0$ egyenlőségeket mindig egy-egy félsík pontjai elégítik ki. Hogy melyik félsík pozitív, ill. negatív, azt általában legegyszerűbben az origó $(0,0)$ koordinátáinak behelyettesítésével dönthetjük el.

Ábrázoljuk az u, v derékszögű koordinátarendszerben a

$$-6u+4v+18=0, \qquad 2u+v=0, \qquad u-2v+1=0$$

egyeneseket és jelöljük sráfozással a *negatív* félsíkokat (lásd ábrát), akkora sráfozatlanul maradt tartományban levő egész számú koordinátájú pontok (négyzetrácspontok – az ábrában nullkörrel jelölve) szolgáltatják az egyenlőtlenségrendszernek pozitív egész megoldásait.



Minél több a megoldás, annál célszerűbb a grafikus megoldáshoz folyamodni, még ha véges számú megoldást kapunk is; még inkább áll ez végtelen sok megoldás esetén, ami szintén előfordulhat.

Behringer Tibor (Bp. III., Árpád g. I. o. t.)