Az egyenlet mindkét oldalát tagokra bontva és e tagokat megfelelően egymás alá írva, nyerjük

$$\left.\begin{array}{ll} x^2 & +\ x^2+2x\cdot 1+1^2+ \\ & +\ x^2+2x\cdot 2+2^2+ \\ & +\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & \ \cdot \\ & \ \cdot \\ & +\ x^2+2x\cdot n+n^2 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \quad x^2+2x\cdot n+2x\cdot 1+n^2+2n\cdot 1+1^2+ \\ +\ x^2+2x\cdot n+2x\cdot 2+n^2+2n\cdot 2+2^2+ \\ +\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \ \cdot \\ \ \cdot \\ +\ x^2+2x\cdot n+2x\cdot n+n^2+2n\cdot n+n^2. \end{array}\right.$$

A baloldalon álló 3 oszlop rendre azonos a jobboldal első, harmadik és utolsó oszlopával. Tehát egyenletünk

$$x^2 = n\cdot 2xn + n\cdot n^2 + 2n(1+2+\ldots+n) = 2n^2x + n^3 + n^2(n+1),$$

vagyis

$$x^2 - 2n^2x - n^2(2n+1) = 0,$$

amiből

$$x_{1,2} = \frac{2n^2 \pm \sqrt{4n^4+4n^2(2n+1)}}{2} = n^2 \pm n\sqrt{n^2+2n+1} = n^2 \pm n(n+1),$$

tehát

$$x_1 = 2n^2+n = n(2n+1), \qquad x_2 = -n, \quad \text{ahol} \quad n = 1,2,\ldots$$

Csapody Miklós (Bp. VIII., Piarista g. I. o.t.)

Megjegyzés: Ezen egyenletsorozat megoldásával tulajdonképpen a következő kérdésre feleltünk: »Melyek azok az egymás után következő egész számok, amelyeknek négyzetösszege egyenlő a folytatólagosan utána következő, eggyel kevesebb számból álló számok négyzetösszegével?« Az $x_2 = -n$ megoldás csak azt a trivialitást fejezi ki, hogy bármely negatív $-n$ egész számtól kezdve a számsoron 0-ig bezárólag található egész számok négyzetösszege egyenlő a 0 után következő n egész szám négyzetösszegével. Azonban az $x_1 = n(2n+1)$ gyök már érdekesebb és tartalmasabb, mert azt mondja ki, hogy minden $n(2n+1)$ alakú pozitív egész számmal kezdődő $n+1$ számú szomszédos egész szám négyzetösszege egyenlő a folytatólagosan utána következő n egész szám négyzetösszegével. Pl. $n=1$ esetén $3^2+4^2=5^2$, $n=2$ esetén $10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$, $n=3$ esetén $21^2+22^2+23^2+24^2=25^2+26^2+27^2$ stb.