a) A gyökök racionális voltának feltétele, hogy b^2-4ac négyzetszám vagy nulla legyen.

Figyelembe véve, hogy a, b, c között nincsen két egyenlő, megszámláljuk a kedvező eseteket b-t szabadon választva 1-től 9-ig, és megkeresve mindegyik b-hez a megfelelő $a\cdot c$ szorzatokat. (Tekintve, hogy a és c felcserélhető, azért minden $a\cdot c$ párt kétszeresen kell számítani.)

$b=1$ és $b=2$ esetén nincs megfelelő $a\cdot c$.

$b=3$	esetén	$1\cdot 2$	felel meg	(2 eset),
$b=4$	«	$1\cdot 3$	«	(2 eset),
$b=5$	«	$1\cdot 4,\ 1\cdot 6,\ 2\cdot 3$	«	(6 eset),
$b=6$	«	$1\cdot 5,\ 1\cdot 8,\ 1\cdot 9,\ 2\cdot 4$	«	(8 eset),
$b=7$	«	$1\cdot 6,\ 2\cdot 3,\ 2\cdot 5,\ 2\cdot 6,\ 3\cdot 4$	«	(10 eset),
$b=8$	«	$1\cdot 7,\ 2\cdot 6,\ 3\cdot 4,\ 3\cdot 5$	«	(8 eset),
$b=9$	«	$1\cdot 8,\ 2\cdot 4,\ 2\cdot 7,\ 3\cdot 6,\ 4\cdot 5$	«	(10 eset).

A kedvező esetek száma tehát $2+2+6+8+10+8+10=46$.

A lehető esetek száma a kilenc elemből alkotott ismétlés nélküli harmadosztályú variációk száma

$$V_9^3=9\cdot 8\cdot 7.$$

Tehát annak valószínűsége, hogy egy kísérlet esetén a gyökök racionálisak

$$v_a=\frac{46}{9\cdot 8\cdot 7}=\frac{23}{252},$$

ennélfogva annak valószínűsége, hogy 10 kísérlet közül egyszer sem racionálisak

$$(1-v_a)^{10}=\left(\frac{229}{252}\right)^{10}.$$

Annak valószínűsége, hogy 10 kísérlet közül egyszer racionálisak és kilencszer nem

$$\binom{10}{1}v_a(1-v_a)^9=10\cdot\frac{23}{252}\left(\frac{229}{252}\right)^9.$$

Tehát a keresett valószínűség

$$V_a=1-\left(\frac{229}{252}\right)^{10}-\frac{230}{252}\left(\frac{229}{252}\right)^9=1-\left(\frac{229}{252}\right)^9\left(\frac{229}{252}+\frac{230}{252}\right)=$$

$$=1-\left(\frac{229}{252}\right)^9\cdot\frac{459}{252}=1-\left(\frac{229}{252}\right)^9\cdot\frac{51}{28}\approx 0{,}2308.$$

$$\text{b)}\quad \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\left(-\frac{b}{a}\right):\frac{c}{a}=-\frac{b}{c}.$$

Tehát a kedvező értékek a-tól függetlenül:

$c=1,$	$b=2,\ 3,\ \ldots\ldots,\ 9$	(8 eset),
$c=2,$	$b=4,\ 6,\ 8$	(3 eset),
$c=3,$	$b=6,\ 9$	(2 eset),
$c=4,$	$b=8$	(1 eset),

vagyis (a-t figyelmen kívül hagyva) a kedvező esetek száma 14, a lehetséges esetek száma pedig $V_9^2=9\cdot 8=72$, és így 1 kísérlet esetén a keresett valószínűség

$$v_b=\frac{14}{72}=\frac{7}{36}.$$

Legfeljebb kétszer következik be egy esemény, ha egyáltalán nem, vagy ha pontosan egyszer, vagy pontosan kétszer következik be.

Jelen esetben a keresett valószínűség tehát

$$V_b=(1-v_b)^{20}+\binom{20}{1}(1-v_b)^{19}v_b+\binom{20}{2}(1-v_b)^{18}v_b^2=\left(\frac{29}{36}\right)^{20}+$$

$$+20\left(\frac{29}{36}\right)^{19}\frac{7}{36}+190\left(\frac{29}{36}\right)^{18}\left(\frac{7}{36}\right)^2=\left(\frac{29}{36}\right)^{18}\left(\frac{29^2}{36^2}+\frac{29}{36}\cdot\frac{140}{36}+\frac{49\cdot 190}{36^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{29}{36}\right)^{18}\frac{14211}{36^2}=\frac{29^{18}14211}{36^{20}}\approx 0{,}2238.$$

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. III. o. t.)