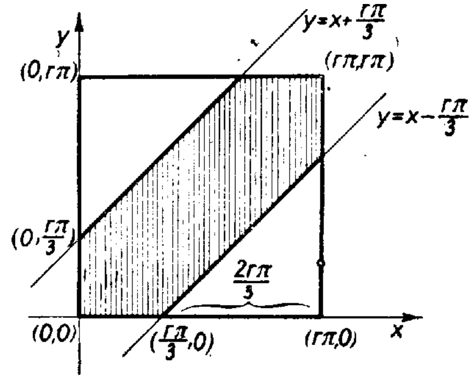
A keresett valószínűség attól függ, hogy milyen mennyiségekkel jellemezzük a két tetszés szerint kiválasztott pont helyzetét; különböző mennyiségek alapul választásának pedig az felel meg, hogy különböző eseményeket tekintünk egyenlően valószínűnek.

I. megoldás: Legyen a félkör sugara r és jelöljük a félkörív két végpontját A ill. B-vel ($\widehat{AB} = r\pi$), a két mozgó pontot C- ill. D-vel, és legyen $\widehat{AC} = x$, $\widehat{AD} = y$.

Történjék a tetszőleges pont kiválasztása úgy, hogy x és y gyanánt tetszőlegesen választunk két értéket 0 és $r\pi$ között.

A derékszögű koordináta rendszerben az összes lehetséges x, y értékek beborítják a $(0,\,0)$, $(0,\,r\pi)$, $(r\pi,\,r\pi)$ és $(r\pi,\,0)$ pontok által alkotott négyzetet (1. ábra).



1. ábra

Kedvezőek ezek közül csak azok a pontok, amelyekre nézve $|x-y| \leq \frac{r\pi}{3}$, vagyis $x - \frac{r\pi}{3} < y < x + \frac{r\pi}{3}$. (Az 1. ábrán a sraffozott terület.) A keresett valószínűség tehát

$$v_1 = \frac{r^2\pi - \left(\frac{2r\pi}{3}\right)^2}{r^2\pi^2} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \approx 0{,}556.$$

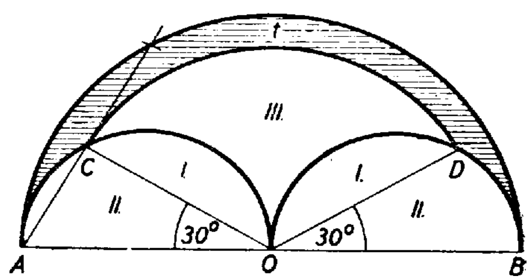
Almási Lajos (Bp., II., Rákóczi g. III. o. t.)

Megjegyzés: Jelen feladat átfogalmazható a VI. kötet 103. oldalán (1953 április) tárgyalt 1. sz. példára.

Roboz Ágnes (Bp., VI., Varga Katalin lg. III. o. t.)

II. megoldás: A körív két pontja húrt határoz meg, és minden húr a felezőpontja által egyértelműen meg van határozva, tehát a húrfelezőpontokat választjuk ki tetszőlegesen, és kedvezőek azok az esetek, amelyekben a húr nem nagyobb a sugárnál.

Először meg kell határozni az összes lehetséges húrfelezőpontok mértani helyét, vagyis azokat a pontokat az $\widehat{ABA}$ félkörlap belsejében, amelyekhez tartozó húr végpontjai egyáltalán rajta vannak, az $\widehat{AB}$ félköríven. Az A illetőleg B pontokból kiinduló és a félkörlapon belül fekvő húrok felezőpontjainak mértani helye az AO ill. OB körsugarak fölé rajzolt félkörök. (Az $\widehat{AB}$ félkörnek $1:2$ arányú kicsinyítése az A illetőleg B hasonlósági centrumból.) Az $\widehat{AO}$, $\widehat{OB}$ és $\widehat{AB}$ félkörök által határolt idom pontjai képviselik tehát az összes lehetséges húrfelezőpontokat (2. ábra).



2. ábra

Az $\widehat{AB}$ körívben rajzolt r hosszúságú húrok olyan körívet burkolnak, amelynek sugara nyilván a húrfelezőpontnak távolsága az O ponttól, vagyis (az AOC derékszögű háromszögből) $\frac{r}{2}\sqrt{3}$. A húrfelezőpontra nézve tehát kedvezők mindazok a pontok, amelyek az r és $\frac{r}{2}\sqrt{3}$ sugarú körök által meghatározott körgyűrűben és a fenti három körív által határalt t idomban vannak. (A 2. ábrában a sraffozott terület.)

A »lehetséges terület« tehát

$$T=\frac{r^2\pi}{2}-\left(\frac{r}{2}\right)^2\pi=\frac{r^2\pi}{4}.$$

A 2. ábra szerinti betűzésben

$$2\cdot \mathrm{I}+2\cdot \mathrm{II}+\mathrm{III}+t=\frac{r^2\pi}{2}. \tag{1}$$

Az $O\widehat{CD}O$ körcikknek szöge $180^\circ-2\cdot 30^\circ=120^\circ$, sugara pedig (mint láttuk) $\frac{r}{2}\sqrt{3}$, és így

$$2\cdot \mathrm{I}+\mathrm{III}=\frac{\left(\frac{r}{2}\sqrt{3}\right)^2\pi}{3}=\frac{r^2\pi}{4}, \tag{2}$$

továbbá

$$2\cdot \mathrm{I}+2\cdot \mathrm{II}=\frac{r^2\pi}{4}. \tag{3}$$

(2) és (3) összegét kivonva (1)-ből

$$t-2\cdot \mathrm{I}=0,$$

vagyis

$$t=2\cdot \mathrm{I}=2\cdot\frac{1}{3}\left(\frac{r^2\pi}{4}-\frac{3r^2\sqrt{3}}{16}\right)=r^2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$$

és így a keresett valószínűség

$$v_2=\frac{t}{T}=\frac{r^2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)}{r^2\frac{\pi}{4}}=\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{6\pi}\approx\frac{7{,}3702}{6\pi}\approx 0{,}391.$$

Lackner Györgyi (Bp., V., Fonóip. techn. III. o. t.)