Értelmezzük ésszerűen a feladatot úgy, hogy a keresett három tört pozitív és nem egyszerűsíthető, összegük pedig a $\frac{674}{385}$ tört, nem pedig annak valamilyen bővített alakja.

Ekkor a nevezők 385-nek olyan osztói, amelyeknek legkisebb közös többese 385.

A feladat szerint tehát

$$\frac{x}{\frac{385}{a}}+\frac{y}{\frac{385}{b}}+\frac{z}{\frac{385}{c}}=\frac{674}{385} \tag{1}$$

ahol a, b, c $385(=5\cdot 7\cdot 11)$ osztói, tehát szükségképpen páratlanok.
(1)-ből

$$ax+by+cz=674.$$

Mivel a jobboldal páros, a baloldalnak is párosnak kell lennie. Minthogy a, b, c páratlan, azért vagy x, y, z mind páros, vagy közülük egy páros és kettő páratlan. Mindkét esetben a keresett törtek számlálóinak összege, $x+y+z$ páros szám. De mivel $x+y+z$ egyenlő a nevezők jegyösszegével, a keresett törtek nevezőinek jegyösszege páros. (b)

Ha a legkisebb nevező 35 vagy nagyobb lenne, akkora számlálók összegének, és ezzel a nevezők jegyösszegének $\frac{674}{11}\approx 61$-nél nagyobbnak kellene lennie, különben a három tört összege kisebb lenne $\frac{674}{385}$-nél. A nevezők jegyösszege azonban maximálisan 48 (ha mindhárom nevező 385).

Tehát a legkisebb nevező 35-nél kisebb, azaz – (a) felhasználásával – 11, vagy kisebb. (c)

(a), (b), (c) figyelembevételével a három nevező lehet:

1)	5,	7,	11	5)	11,	35,	35	9)	11,	55,	77
2)	5,	7,	55	6)	11,	35,	55	10)	11,	55,	385
3)	5,	7,	77	7)	11,	35,	77	11)	11,	77,	385
4)	5,	7,	385	8)	11,	35,	385	12)	11,	385,	385

Ezt a 12 lehetséges esetet kell végigpróbálni.

1)

$$\frac{x}{5}+\frac{y}{7}+\frac{z}{11}=\frac{674}{385},\qquad x+y+z=14.$$

Az első egyenlet 385-szöröséből kivonva a második egyenlet 35-szörösét és kettővel osztva, nyerjük

$$21x+10y=92,$$
$$y=\frac{92-21x}{10}=9-2x+\frac{2-x}{10}=9-2x+t,$$
$$x=2-10t.$$

Visszahelyettesítve

$$y=9-4+20t+t=5+21t,$$
$$z=14-x-y=14-2+10t-5-21t=7-11t.$$
$$x>0,\ y>0,\ z>0,\quad \text{ha}\quad t=0,\quad \text{ekkor}\quad x=2,\ y=5,\ z=7.$$

2)

$$\frac{x}{5}+\frac{y}{7}+\frac{z}{55}=\frac{674}{385},\qquad x+y+z=22.$$

z-t kiküszöbölve és egyszerűsítve

$$35x+24y=260.$$

Ebből x, y, z paraméteres előállítása:

$$x=4-24u,\ y=5+35u,\ z=13-11u,$$
$$x>0,\ y>0,\ z>0\quad \text{ha}\quad u=0;\quad \text{ekkor}\quad x=4,\ y=5,\ z=13.$$

3)

$$\frac{x}{5}+\frac{y}{7}+\frac{z}{77}=\frac{674}{385},\qquad x+y+z=26.$$

z-t kiküszöbölve és egyszerűsítve,

$$36x + 25y = 272.$$

Ebből x, y, z paraméteres előállítása:

$$x = 2 - 25u, \quad y = 8 + 36u, \quad z = 16 - 11u.$$

$$x > 0,\ y > 0,\ z > 0, \quad \text{ha} \quad u = 0: \quad \text{ekkor} \quad x = 2,\ y = 8,\ z = 16.$$

A 4), 5), 6), 7), 10), 11) és 12) esetekben nincs pozitív egész számú megoldás.

A 8) esetben $x = 17$, $y = 7$, $z = 2$, de a $\frac{7}{35}$ tört egyszerűsíthetősége miatt nem tekintjük megoldásnak.

Marad tehát még a 9) eset.

9)

$$\frac{x}{11} + \frac{y}{55} + \frac{z}{77} = \frac{674}{385}, \qquad x + y + z = 26.$$

z-t kiküszöbölve és egyszerűsítve

$$15x + y - 272,$$

amiből

$$y = 272 - 15x,$$

$$z = 26 - x - 272 + 15x = 14x - 246.$$

$$x > 0,\ y > 0,\ z > 0, \quad \text{ha} \quad x = 18, \quad \text{akkor} \quad y = 2 \quad \text{és} \quad z = 6.$$

Tehát feladatunknak – a tett kikötések mellett – négy megoldása van

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{7}{11} = \frac{674}{385}; \quad \frac{4}{5} + \frac{5}{7} + \frac{13}{55} = \frac{674}{385}; \quad \frac{2}{5} + \frac{8}{7} + \frac{16}{77} = \frac{674}{385}; \quad \frac{18}{11} + \frac{2}{55} + \frac{6}{77} = \frac{674}{385}.$$

Csiszár Imre (Bp., I., Petőfi g. II. o. t.)