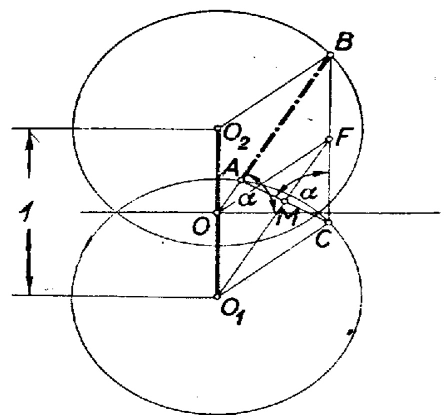
I. megoldás: Kössük össze az O_2 pontot a B-vel és húzzuk meg a másik körben az O_2B sugárral párhuzamos O_1C sugarat (1. ábra).



1. ábra

Mivel $O_1C = O_2B = r$ és $O_1C \parallel O_2B$, azért O_1O_2BC paralelogramma, és így $BC \parallel O_1O_2$ és $BC = O_1O_2 = 1$.

Ha BC felezőpontját F-fel jelöljük, akkor $O_1F \parallel OB$.

Kössük össze a C pontot A-val és legyen a CA és O_1F metszéspontja M. Mivel $CF = FB$, azért $CM = MA$, vagyis O_1F felezi az AC húrt, de a kör középpontján és a húrfelezőponton átmenő egyenes merőleges a húrra, tehát $O_1F \perp AC$, vagyis (mivel $O_1F \parallel OB$)

$$AC \perp OB.$$

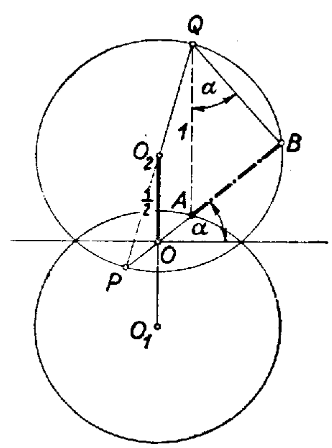
Az ABC derékszögű háromszögben a $C\sphericalangle = \alpha$, mint merőlegesszárú szög és így

$$AB = BC \sin\alpha = \sin\alpha,$$

függetlenül az $r \left(> \dfrac{1}{2}\right)$ sugártól.

Edöcsény László (Bp., XI., József Attila g. III. o. t.)

II. megoldás: A betűzést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Messe a félegyenes meghosszabbítása az O_2 középpontú kört egy P pontban, akkor P az A pontnak centrális tükörképe az O pontra nézve, tehát $PO = OA$.

A P pontból nagyítsuk fel az OO_2 szakaszt $2:1$ arányban, nyerjük az OO_2-vel párhuzamos $AQ = 2 \cdot OO_2 = 2 \cdot \dfrac{1}{2} = 1$ szakaszt. Az $ABQ\triangle$-ben a $B\sphericalangle$ Thales tétele értelmében derékszög, a $Q\sphericalangle$ pedig mint merőlegesszárú szög egyenlő α-val. Az ABQ derékszögű háromszögben tehát

$$AB = AQ \sin\alpha = \sin\alpha.$$

Bártfai Pál (Bp., I., Petőfi g. III. o. t.)