1. Határozzuk meg a két egyenes metszéspontját.

A két egyenletből
$$7-y=7y-33,$$
vagyis
$$8y=40,$$
amiből
$$y=5 \quad \text{és} \quad x=7-y=2.$$

Tehát a metszéspont $M\,(2,\,5)$.

2. Határozzuk meg azon pontok mértani helyét, amelyek az első egyenestől ötször távolabb vannak, mint a második egyenestől:
$$\frac{x+y-7}{\sqrt{1+1}}=\pm 5\cdot\frac{x-7y+33}{\sqrt{1+49}},$$
vagyis
$$\frac{x+y-7}{\sqrt{2}}=\pm 5\cdot\frac{x-7y+33}{5\sqrt{2}}.$$

A keresett geometriai hely tehát a következő két egyenes:
$$x+y-7=x-7y+33,$$
azaz

(1) $$y=5,$$

és
$$x+y-7=-x+7y-33,$$
vagyis

(2) $$x-3y=-13.$$

3. Legyen a keresett kör középpontja $O\,(u,\,v)$ és sugara r, akkor a feladat szerint:

a) A kör átmegy az $M\,(2,\,5)$ ponton, vagyis

(I) $$(u-2)^2+(v-5)^2=r^2$$

b) A kör középpontja rajta van a (1), ill. (2) egyeneseken:

(II. 1) $$v=5,$$

illetőleg

(II. 2) $$u-3v=-13.$$

c) A keresett kör az adott kört derékszögben metszi. Ha tehát a két kör metszéspontját összekötjük a körök középpontjával, derékszögű háromszöget nyerünk, amelynek befogói a két kör sugara és átfogója a két kör középpontjának távolsága.

Az adott kör egyenlete így írható
$$(x-14)^2+(y+3)^2=40,$$
és így Pythagoras tétele alapján

(III) $$(u-14)^2+(v+3)^2=r^2+40.$$

Ezzel u, v és r meghatározására három egyenlettel rendelkezünk. (I) és (III)-ból
$$(u-2)^2+(v-5)^2=(u-14)^2+(v+3)^2-40,$$
amiből

(IV) $$3u-2v=17.$$

(IV) és (II. 1) szolgáltatja az (I), (II. 1) és (III) egyenletek
$$u=9, \quad v=5, \quad r=7$$
közös gyökrendszerét, míg a (IV) és (II. 2) adja az (I), (II.2), (III) egyenletrendszer gyökeit:
$$u=11, \quad v=8, \quad r=\sqrt{90}.$$

Tehát két megoldás van
$$(x-9)^2+(y-5)^2=49 \quad \text{és} \quad (x-11)^2+(y-8)^2=90.$$

Door Ervin (Bp., VIII., Széchenyi g. IV. o. t.)