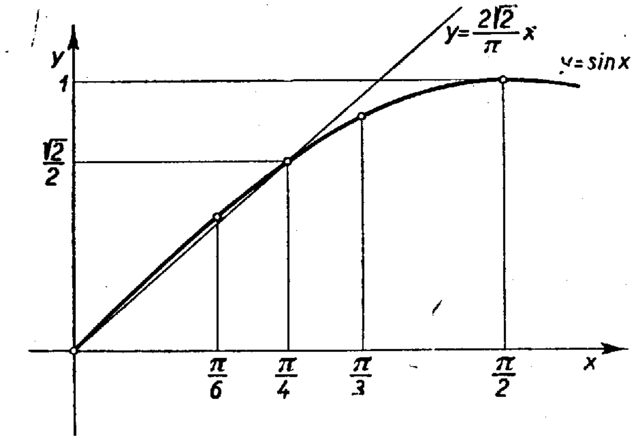
Helyettesítsünk $n = m^3$-t, kapjuk

$$F = m^4 \sin\frac{\pi}{m}\sqrt{\frac{1}{m^6} + \sin^4\frac{\pi}{m}} =$$
$$= m\sin\frac{\pi}{m}\sqrt{1 + m^6\sin^4\frac{\pi}{m}} > m\sin\frac{\pi}{m}m^3\sin^2\frac{\pi}{m},$$

azaz

$$F > m\left(m\sin\frac{\pi}{m}\right)^3. \tag{1}$$



Mint a cikkben, most is $\frac{\pi}{m}$ helyébe $\frac{\pi}{m}$ olyan többszörösét kell írni, amely kisebb mint $\sin\frac{\pi}{m}$, legalább ha m elég nagy. Ha az $y = \sin x$ görbében megrajzoljuk azt a húrt, amely átmegy a nulla és $\frac{\pi}{4}$ abszcisszájú pontokon, vagyis a $(0, 0)$ és $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ pontokon (l. ábrát), akkor – figyelembe véve, hogy a sin görbe $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ intervallumban alulról konkáv – az $y = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}x$ egyenlettel megadott húr pontjai a $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ intervallumban a sinusgörbe pontjai alatt vannak, vagyis ha $0 < x < \frac{\pi}{4}$, akkor $\sin x > \frac{2\sqrt{2}}{\pi}x$, azaz, ha $m > 4$, akkor $\sin\frac{\pi}{m} > \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{\pi}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{m}$. Tehát (1) alapján

$$F > m(2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}m$$

feltéve, hogy $m > 4$.

Mivel $16\sqrt{2}m > 100$, ha $m > \frac{100}{16\sqrt{2}} \sim 4{,}42$ és $16\sqrt{2}m > 1\,000\,000$, ha $m > 10\,000 \cdot 4{,}42 = 44\,200$, azért a keresett küszöbszámokul megfelelnek

$$\mu_{100} = 5 \qquad \text{és} \qquad \mu_{1\,000\,000} = 44\,200.$$

Megjegyzés: Utóbbi küszöbszámra kisebb értéket nyerhetünk, hogy ha a $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ intervallum helyett kisebb intervallumot választunk. Pl. a $\left(0, \frac{\pi}{12}\right)$ intervallum esetén $\mu_{1\,000\,000} = 33\,445$ adódik.

Bártfai Pál (Bp., I., Petőfi g. III. o. t.)