1. megoldás: A feladat így is fogalmazható: Az első n természetes szám összege $\dfrac{n(n+1)}{2}$ lehet-e $111k$ alakú? Tehát az

$$\frac{n(n+1)}{2}=111k \tag{1}$$

határozatlan egyenletet kell megoldani, ahol $k=1,\ 2,\ \ldots,\ 9$. (1) így írható

$$n^2+n-222k=0,$$

amiből a pozitív gyök

$$n=\frac{-1+\sqrt{1+888k}}{2},$$

$\sqrt{1+888k}$-nak tehát páratlan egésznek kell lennie, vagyis $1+888k$ páratlan négyzetszám. Mivel négyzetszám 7-re, 3-ra és 2-re nem végződhet; azért csak $k=1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 8$ lehetséges.

Ezeket kipróbálva $k=6$ esetén

$$1+888k=5329=73^2$$

Tehát $n=\dfrac{-1+73}{2}=36$. A három számjegyű összeg $111k=666$.

Roboz Ágnes (Bp., VI., Varga K. lg. III. o. t.)

II. megoldás: (1) a következőképpen is írható

$$n(n+1)=2\cdot 3\cdot 37k \tag{2}$$

A feladat szerint

$$0<\frac{n(n+1)}{2}<1000,$$

vagyis

$$0<n^2<2000,$$

azaz

$$0<n<45. \tag{3}$$

Mivel (2)-ben a baloldal: $n(n+1)$ szükségképpen osztható 37-tel, azért (3) figyelembevételével, vagy $n=37$, vagy $n+1=37$.

Ha $n=37$, akkor $38=6k$, amely esetben k nem lehet egész.

Ha $n+1=37$, akkor $n=36=6k$ és $k=6$.

Orlik Péter (Bp., V., Eötvös g. II. o. t.)