

I. megoldás: A kiválasztott játékos lapjában nincsen ász, tehát a többi 3 játékos között 24 lapot osztanak szét, amelyek közül négy ász és 20 nem ász. Számítsuk ki az ellentétes valószínűséget, vagyis mi annak valószínűsége, hogy a három játékos közül egyik sem kap két ászt. Utóbbi eset csak a 4, 0, 0 vagy 3, 1, 0 elosztás esetén következhet be.

Mikor egy játékos négy ászt kap, a kedvező esetek száma annyi, mint ahány 4-ed osztályú kombináció képezhető a 20 ász nélküli lapból, vagyis $\binom{20}{4}$. Tekintetbe véve, hogy a négy ászt a három játékos bármelyike is kaphatja, a kedvező esetek száma $\binom{3}{1} \binom{20}{4}$. A lehetséges esetek száma $\binom{24}{8}$, és így annak valószínűsége, hogy a három játékos közül valamelyik négy ászt kap

$$v_4 = \frac{\binom{3}{1} \binom{20}{4}}{\binom{24}{8}} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17} = \frac{3 \cdot 5}{23 \cdot 11 \cdot 3} = \frac{15}{759}.$$

Hasonlóképpen annak valószínűsége, hogy a 3 játékos valamelyike 3 ászt kap

$$v_3 = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{3} \binom{20}{5}}{\binom{24}{8}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 6}{23 \cdot 11 \cdot 3} = \frac{192}{759}.$$

A feladatban keresett valószínűség tehát

$$1 - (v_4 + v_3) = 1 - \frac{207}{759} = \frac{552}{759} = \frac{8}{11} \approx 0,727.$$

Kiss Péter (Vak Bottyán g. III. o. t.)

II. megoldás: Közvetlenül is kiszámíthatjuk a keresett valószínűséget.

A kedvező elosztások: 2, 2, 0 és 2, 1, 1.

Az első eset valószínűsége

$$v_{2,2} = \binom{3}{1} \frac{\binom{4}{2} \binom{20}{6}}{\binom{24}{8}} \cdot \frac{\binom{14}{6}}{\binom{16}{8}} = 3 \cdot \frac{240}{759} \cdot \frac{7}{30} = \frac{168}{759}.$$

A 2, 1, 1 elosztás valószínűsége pedig (az előbbi részeredmény figyelembevételével)

$$v_{2,1} = 3 \cdot \frac{240}{759} \binom{2}{1} \frac{\binom{14}{7}}{\binom{16}{8}} = 3 \cdot \frac{240}{759} \cdot \frac{8}{15} = \frac{384}{759}.$$

Tehát a keresett valószínűség

$$v_{2,2} + v_{2,1} = \frac{168}{759} + \frac{384}{759} = \frac{552}{759} = \frac{8}{11}.$$

Kovács László (Debrecen Református g. IV. o. t.)

III. megoldás: Ismeretes, hogy

$$v_{A/B} = \frac{v_{AB}}{v_B},$$

ahol B jelenti, hogy egy játékosnak nincsen ásza,

A jelenti, hogy egy játékosnak 2 ász jut,

AB jelenti a két esemény együttes bekövetkezését.

B esetben a kedvező esetek száma egy meghatározott játékosra nézve annyi, ahányféleképpen a 28 ász nélküli lapból 8 lap választható: $\binom{28}{8}$, vagyis az összes kedvező esetek száma $\binom{4}{1} \binom{28}{8}$.

AB esetben vegyük figyelembe, hogy az a tény, hogy az egyik játékosnak pontosan két ásza van, már maga után vonja, hogy legalább egy játékosnak nincsen ásza. Tehát minden olyan eset, amelyben egy játékosnak pontosan két ásza van már kedvező. Tehát az AB esetben a kedvező esetek száma $\binom{4}{1} \binom{4}{2} \binom{28}{6}$.

Tehát

$$v_{AB} = \frac{\binom{4}{1} \binom{4}{2} \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}}, \quad v_B = \frac{\binom{4}{1} \binom{28}{8}}{\binom{32}{8}},$$

és így

$$v_{A/B} = \frac{\binom{4}{2} \binom{28}{6}}{\binom{28}{8}} = \frac{8}{11}.$$

Gaál István (Csorna, Latinka S. g. IV. o. t.)