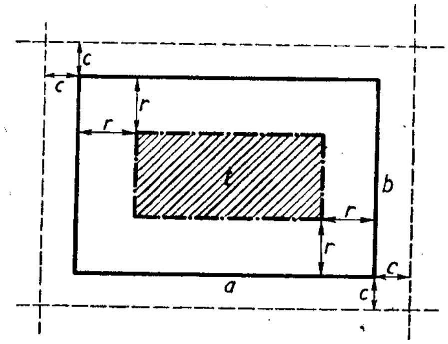
Elég egy a, b oldalú téglalapot (rácsnyílást) tekinteni a hozzá tartozó c fél lécszélességgel. A lehetséges terület T a teljes $a+2c$ és $b+2c$ oldalú téglalap.



1. ábra

Kedvező pontok a golyó középpontjára nézve a rácsnyíláson belül azok a pontok, melyeknek távolsága az oldalaktól legalább r. (Az ábrában sraffozott téglalap.) A kedvező terület tehát $t=(a-2r)(b-2r)$, és így a keresett valószínűség

$$v=\frac{t}{T}=\frac{(a-2r)(b-2r)}{(a+2c)(b+2c)}$$

Mivel v negatív nem lehet, azért szükségképpen $r<\frac{b}{2}<\frac{a}{2}$.

b) Hogy v rögzített a, b mellett bármilyen kis r esetén kisebb legyen $\frac{1}{2}$-nél (tehát $r=0$ esetén is legalább $\frac{1}{2}$ legyen), ahhoz kell, hogy

$$\frac{ab}{(a+2c)(b+2c)}\leq\frac{1}{2}.$$

c keresett minimális értéke az

$$\frac{ab}{(a+2c)(b+2c)}=\frac{1}{2}$$

egyenletből adódik, vagyis

$$2ab=(a+2c)(b+2c), \tag{1}$$

amiből

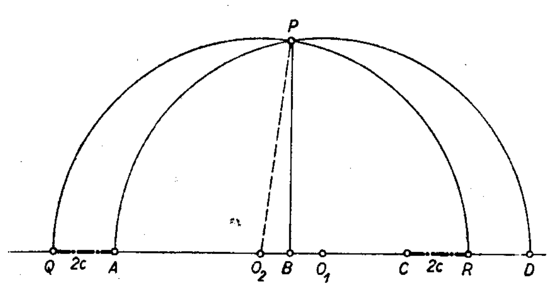
$$(2c)^2+(a+b)\cdot 2c-ab=0,$$

ahonnan

$$2c=\frac{-(a+b)+\sqrt{(a+b)^2+4ab}}{2}=\sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+ab}-\frac{a+b}{2}. \tag{2}$$

$2c$ megszerkesztése azonban egyszerűbben történhetik (1)-ből, mint (2)-ből.

Megszerkesztjük az $a=AB$ és $2b=BD$ mértani középarányosát: BP-t az AD fölé rajzolt O_1 középpontú Thales-kör segítségével (2. ábra).



2. ábra

Messe az $a+b=AC$ távolság O_2 felezőpontja körül az QP sugárral rajzolt kör az AD egyenest a Q és R pontokban, akkor nyilván

$$QA = CR = 2c,$$

mert tényleg $\quad \sqrt{(a+2c)(b+2c)} = BP = \sqrt{a \cdot 2b}.$

Solymoss Otmár (Kőszeg, Jurisich Miklós g. IV. o. t.)