I. megoldás: Válasszuk az adott parabolához azt a koordinátarendszert, amelyben a parabola egyenlete:

$$y^2 = 2px. \tag{1}$$

A P_1 (x_1, y_1) és P_2 (x_2, y_2) pontokban keresett érintők egyenletei:

$$yy_1 = p(x + x_1) \tag{2}$$

és

$$yy_2 = p(x + x_2). \tag{3}$$

Feltehetjük, hogy $y_1 \neq y_2$, mert különben a metszéspont nyilván a tengelyen van, amely egyben a húr felező merőlegese, tehát ez esetben a tétel igaz.

Határozzuk meg a metszéspont ordinátáját. (2)-ből kivonva (3)-at

$$y(y_1 - y_2) = p(x_1 - x_2). \tag{4}$$

Mivel P_1 és P_2 rajta van a parabolán, azért (1) alapján

$$x_1 = \frac{y_1^2}{2p} \quad \text{és} \quad x_2 = \frac{y_2^2}{2p},$$

ezeket az értékeket (4)-be helyettesítve

$$y(y_1 - y_2) = \frac{y_1^2 - y_2^2}{2}.$$

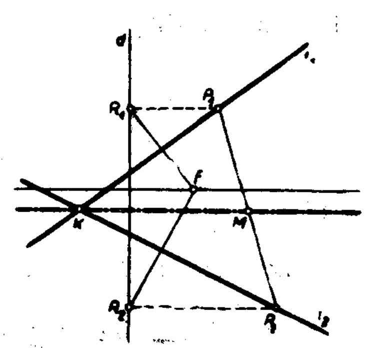
Osztva $y_1 - y_2$-vel $(y_1 - y_2 \neq 0)$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \tag{5}$$

vagyis a metszéspont rajta van az (5) alatti egyenesen, amely nem más, mint a P_1P_2 húr felezőpontján áthaladó az x tengellyel, vagyis a parabola tengellyel párhuzamos egyenes.

Zsombok Zoltán (Bp., IV., Könyves Kálmán g. II. o. t.)

II. megoldás: Jelöljük a parabola P_1 és P_2 pontjaiban húzott érintőket t_1, ill. t_2-vel, metszéspontjuk legyen K (l. ábrát).



P_1 és P_2-nek merőleges vetülete a vezéregyenesen R_1 és R_2. A parabola definíciójából következik, hogy t_1 és t_2 merőlegesen felezi az FR_1, ill. FR_2 szakaszokat, ahol F a parabola fókusza, vagyis a K pont nem egyéb, mint az $FR_1R_2\triangle$ köré írt kör középpontja. A harmadik oldalt: R_1R_2-t merőlegesen felező egyenes tehát szükségképpen átmegy a K ponton felezi M-ben a P_1P_2 szakaszt és – mivel merőleges a vezéregyenesre – párhuzamos a parabolatengellyel.

Makkai Mihály (Bp. V., Eötvös g. I. o. t.)