I. megoldás:

a) Számítsuk ki annak valószínűségét ($v_{A/B}$), hogy nincs a 3 lap között ász, azon feltétel mellett, hogy a 3 lap különböző színű.

Tehát

$$v_{A/B} = \frac{v_{AB}}{v_B},$$

ahol v_{AB} annak valószínűsége, hogy mind a 3 lap különböző színű és nincs köztük ász, v_B annak valószínűsége, hogy mind a 3 lap különböző színű.

v_{AB} esetben kedvező a négy színnek bármely 3-ad osztályú kombinációja és minden egyes kombináció esetén az ászon kívüli 7 értéknek bármely ismétléses variációja. Tehát a kedvező esetek száma $\binom{4}{3} 7^3$. Az összes lehetséges esetek száma pedig $\binom{32}{3}$, vagyis

$$v_{AB} = \frac{\binom{4}{3}7^3}{\binom{32}{3}}$$

Hasonló meggondolással

$$v_B = \frac{\binom{4}{3}8^3}{\binom{32}{3}},$$

és így

$$v_{A/B} = \frac{v_{AB}}{v_B} = \frac{7^3}{8^3} = \frac{342}{512}.$$

Tehát a keresett valószínűség

$$V_\alpha = 1 - v_{A/B} = 1 - \frac{343}{512} = \frac{169}{512} \approx 0{,}330.$$

b) Ha annak v' valószínűségét keressük, hogy a 3 lap közül nincs ász, akkor kedvező: a 4 ászon kívüli 28 lapnak bármelyik 3-ad osztályú kombinációja, vagyis

$$v' = \frac{\binom{28}{3}}{\binom{32}{3}} = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26}{32 \cdot 31 \cdot 30} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 13}{4 \cdot 31 \cdot 10} = \frac{819}{1240},$$

és így a keresett valószínűség

$$v_b = 1 - v' = 1 - \frac{819}{1240} = \frac{421}{1240} \approx 0{,}340.$$

c) Ha a keresett v_c valószínűséget v_{AB}-nek fogjuk fel, akkor

$$v_{AB} = v_{A/B} \cdot v_B$$

ahol $v_{A/B}$ az *a)* pont alapján annyi, mint $v_a = \frac{169}{512}$ és v_B a 3 különböző színű lap valószínűsége, amely – mint láttuk,

$$\frac{\binom{4}{3}8^3}{\binom{32}{3}} = \frac{4 \cdot 8^3 \cdot 6}{32 \cdot 31 \cdot 30} = \frac{8^2}{31 \cdot 5} = \frac{64}{155},$$

és így a keresett valószínűség

$$v_c = v_{AB} = \frac{169}{512} \cdot \frac{64}{155} = \frac{169}{1240} \approx 0{,}136.$$

Megjegyzés: V_B így is kiszámítható: Annak valószínűsége, hogy másodszor más színt húzunk, mint először $\frac{24}{31}$, hogy harmadszorra ismét új színt húzunk $\frac{16}{30}$. Tehát $v_B = \frac{24}{31}, \frac{16}{30} = \frac{64}{155}$.

II. megoldás:

a) Ha mindig más színű lapot húzunk, akkor minden egyes húzásnál, annak valószínűsége, hogy nem húzunk ászt $\frac{7}{8}$, tehát a szorzási szabály alapján, annak a valószínűsége, hogy 3 húzás közül egy sem ász $\left(\frac{7}{8}\right)^3$ feltéve, hogy mindig más színt húztunk. Tehát a keresett valószínűség

$$v_\alpha = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^3 = 1 - \frac{343}{512} = \frac{169}{512}.$$

b) Annak valószínűsége, hogy elsőre nem ászt húzunk $\frac{28}{32}$ hogy másodikra sem húzunk ászt $\frac{27}{31}$ harmadszorra sem $\frac{26}{30}$, vagyis annak valószínűsége, hogy 3 húzásra nem húzunk ászt

$$\frac{28}{32} \cdot \frac{27}{31} \cdot \frac{26}{30} = \frac{819}{1240}.$$

Tehát a keresett valószínűség

$$v_b = 1 - \frac{819}{1240} = \frac{421}{1240}$$

c) 3 különböző szín tehetséges eseteinek száma – mint láttuk – $\binom{4}{3}8^3$. Ezek közül ász nélküli $\binom{4}{3}7^3$ eset, vagyis legalább 1 ászt tartalmaz $\binom{4}{3}8^3 - \binom{4}{3}7^3$ eset, és így a keresett valószínűség

$$v_c = \frac{4\left(8^3 - 7^3\right)}{\binom{32}{3}} = \frac{4\left(8^3 - 7^3\right)6}{32 \cdot 31 \cdot 30} = \frac{8^3 - 7^3}{8 \cdot 31 \cdot 5} = \frac{169}{1240}.$$

Biczó Géza (Bp., II., Rákóczi g. II. o. t.)
Csiszár Imre (Bp., I., Petőfi g. I. o. t.)