

Egyenletünk így is írható

$$(1) \quad 1 + z^2 = x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 1 = (x^2 - 1)(y^2 - 1).$$

Először bebizonyítjuk, hogy (1)-ben mindkét oldal csak páratlan lehet. Tegyük ugyanis fel, hogy a baloldal páros, akkor z^2 és z is páratlan, de páratlan szám négyzete mindig $4k + 1$ alakú, vagyis a baloldal csak $4k + 2$ alakú lehet. A jobboldal viszont csak úgy lehetne páros, ha legalább egyik tényezője páros, de ez esetben az $4k'$ alakú volna, vagyis a jobboldal osztható volna 4-gyel, amíg a baloldal nem. Tehát (1) mindkét oldala csak páratlan lehet, tehát kell, hogy x, y, z páros legyen.

Legyen

$$x = 2^\alpha \cdot t, \quad y = 2^\beta \cdot u, \quad z = 2^\gamma \cdot v,$$

ahol

$$\alpha, \beta, \gamma \geq 1, \quad \text{és} \quad t, u, v \text{ páratlan.}$$

Egyenletünk tehát így alakul:

$$(2) \quad 2^{2\alpha} \cdot t^2 + 2^{2\beta} \cdot u^2 + 2^{2\gamma} \cdot v^2 = 2^{2\alpha+2\beta} \cdot t^2 u^2$$

Az α, β, γ pozitív egész számok között mindig van legalább egy olyan, amelynél kisebb nincs, legyen ez pl. α . Tehát $\alpha \leq \beta$, és $\alpha \leq \gamma$.

(2)-t osztva $2^{2\alpha}$ -val

$$(3) \quad t^2 + 2^{2(\beta-\alpha)} \cdot u^2 + 2^{(\gamma-\alpha)} \cdot v^2 = 2^{2\beta} t^2 u^2.$$

Mivel t^2 páratlan, (3) baloldala csak úgy lehet páros, ha a másik két tag közül az egyik páratlan a másik páros, vagyis $\beta - \alpha$ és $\gamma - \alpha$ közül az egyik 0, a másik nem 0. Ez esetben azonban a baloldal áll két páratlan szám négyzetének összegéből, amely $4k + 2$ alakú, melyhez adandó egy páros szám négyzete, amely 4-gyel osztható. Tehát a baloldal $4K + 2$ alakú, míg a jobboldal $4K'$ alakú. Tehát az $x = y = z = 0$ kivételével, minden más feltevés ellentmondásra vezetett.