Tételünk csak pozitív szögek esetére van értelmezve, azért így is fogalmazható: Valamely háromszög szögeire nézve a félszögek tangenseinek szorzata a legnagyobb, ha a háromszög egyenlőoldalú. $\left(\text{Ugyanis } \operatorname{tg}^3 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{3\sqrt{3}}{27} = \frac{\sqrt{3}}{9}\right)$.

Valamely háromszög szögeire nézve ismeretesek a következő összefüggések

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \quad \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}, \quad \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}.$$

ahol $s = \frac{a+b+c}{2}$, és a, b, c a háromszög oldalai.

Tehát

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s^3}}, \tag{1}$$

ahol $s = a$, $s-b$ és $s-c$ mindig pozitív mennyiségek.

Alkalmazva a mértani és számtani közép közötti egyenlőtlenséget

$$\sqrt[3]{(s-a)(s-b)(s-c)} \leq \frac{s-a+s-b+s-c}{3} = \frac{3s-2s}{3} = \frac{s}{3}. \tag{2}$$

Az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha $s-a = s-b = s-c$, vagyis a háromszög szabályos.

(2)-ből köbreemelés után

$$(s-a)(s-b)(s-c) \leq \frac{s^3}{27},$$

vagyis

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} \leq \sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{\frac{3}{81}} = \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

Megjegyzés: (1) így is írható:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)(s-b)(s-c)}{s^4}} = \frac{t}{s^2},$$

ahol t a háromszög területét jelenti. Tehát tételünk így is fogalmazható: az állandó ($2s$) kerületű háromszögek közül az egyenlő oldalú háromszög területe $\left(t = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \frac{\left(\frac{2s}{3}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{9}s^2\right)$ legnagyobb. Viszont ez utóbbi tételnek következménye a most bebizonyított tétel.

Zobor Ervin (Nagykanizsa, Irányi g. IV. o. t.)