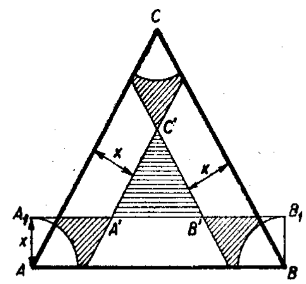
Mivel biztos, hogy a fémlemez középpontja valamely háromszög belsejébe vagy határvonalára esik, azért elég egy ABC háromszöget vizsgálni, melynek oldalát tekintjük hosszegységnek.

Legyen a fémlemez keresett átmérője $2x$. Mindjárt leszögezhetjük, hogy x szükségképpen kisebb a beírt kör ϱ sugaránál, mert különben a fémlemez nem eshetne teljes terjedelmével a háromszög belsejébe. Tehát

$$x < \varrho = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0{,}289.$$

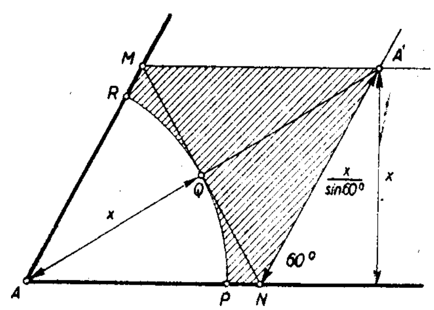
A kedvező terület a lemez középpontjára nézve, abban az esetben, ha a lemez teljesen a háromszög belsejébe esik, a háromszög belsejében lévő $A'B'C'$ szabályos háromszög, melynek oldalai párhuzamosak az ABC oldalaival és utóbbiaktól x távolságnyira vannak (1. ábra).



1. ábra

$A'B'C'$ oldala $A'B' = A_1B_1 - 2A_1A' = 1 - 2x \text{ tg } 60^\circ = 1 - 2x\sqrt{3}$ és így területe $(1-2x\sqrt{3})^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Abban az esetben, ha a fémlemez két oldalt részben elfed, de csúcspontot nem, a fémlemez centrumára kedvező terület az egyes csúcspontoknál az $ABC_\triangle$ oldalai és az $A'B'C'_\triangle$ oldalainak meghosszabbításai által határolt rombusz, kivonva az x sugarú 60°-os körcikket (2. ábra).



2. ábra

Egy ilyen 5 oldalú, vegyesvonalú idom területe tehát $\dfrac{x}{\sin 60^\circ} \cdot x - \dfrac{x^2\pi}{6} = \dfrac{2x^2\sqrt{3}}{3} - \dfrac{x^2\pi}{6}$. Mivel pedig 3 ilyen idom van, azért a kedvező terület $2x^2\sqrt{3} - \dfrac{x^2\pi}{2}$.

Feladatunk szerint a két kedvező terület egyenlő, vagyis

$$(1-2x\sqrt{3})^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 2x^2\sqrt{3} - \frac{x^2\pi}{2}.$$

Ez x-re nézve másodfokú egyenlet, mely rendezés után ilyen alakú

$$(4\sqrt{3}+2\pi)x^2 - 12x + \sqrt{3} = 0,$$

amiből

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{96 - 8\sqrt{3}\pi}}{8\sqrt{3} - 4\pi} \approx \frac{12 \pm 7{,}245}{26{,}43},$$

és így

$$x_1 \approx \frac{4{,}755}{26{,}43} \approx 0{,}180, \qquad \left[x_2 \approx \frac{19{,}245}{24{,}43} \approx 0{,}729\right].$$

Az $x < \varrho \approx 0{,}289$ miatt x_2 nem jöhet számításba, tehát a keresett átmérő $2x = 0{,}360$.

Megjegyzés: Ha a fémkörlap középpontja az $MNPQR$ idom belsejébe esik, akkor a fémlemez 3 háromszög oldalt fed le részben (a harmadik a szomszédos háromszögek egyikének oldala). Precízebb lett volna a »*legalább* két háromszög-oldalt« fogalmazás.

Kovács László (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)