I. megoldás: Jelöljük rendre az egyes testek éleit a, b, c-vel, felszínét F_1, F_2, F_3-mal és köbtartalmát k_1, k_2, k_3-mal.

$$F_1=4\frac{a^2}{4}\sqrt{3}=a^2\sqrt{3},\quad F_2=6b^2,\quad F_3=8\frac{c^2}{4}\sqrt{3}=2c^2\sqrt{3}.$$

A feladat szerint $F_1=F_2=F_3$, vagyis

$$a^2\ \sqrt{3}=6b^2,\qquad \text{amiből}\qquad a=\sqrt{2\sqrt{3}b^2}=b\sqrt[4]{12},$$
$$2c^2\sqrt{3}=6b^2,\qquad \text{amiből}\qquad c=\sqrt{\sqrt{3}b^2}=b\sqrt[4]{3}.$$

A testek köbtartalma:

$$k_1=\frac{1}{3}\frac{a^2}{4}\sqrt{3}\cdot\sqrt{a^2-\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{a^2}{2}\sqrt{3}\right)^2}=\frac{a^2}{12}\sqrt{3}\cdot\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a^2}{12}\sqrt{3}\cdot a\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12},$$
$$k_1=b^3,$$
$$k_3=2\cdot\frac{1}{3}c^2\cdot\frac{c\sqrt{2}}{2}=\frac{c^3\sqrt{2}}{3}.$$

a és c értékeit behelyettesítve

$$k_1=\frac{(b\sqrt[4]{12})^3\sqrt{2}}{12}=\frac{b^3\sqrt[4]{12^3}\sqrt[4]{4}}{12}=\frac{b^3\sqrt[4]{3^3 4^3 4}}{12}=\frac{b^3\sqrt[4]{3^3}}{3},$$
$$k_3=\frac{(b\sqrt[4]{3})^3\sqrt{2}}{3}=\frac{b^3\sqrt[4]{3^3}\sqrt[4]{4}}{3}=\frac{b^3\sqrt[4]{3^3 4}}{3}.$$

Tehát

$$k_1:k_2:k_3=\frac{\sqrt[4]{3^3}}{3}:1:\frac{\sqrt[4]{3^3 4}}{3}=1:\sqrt[4]{3}:\sqrt{2}=\sqrt[4]{1}:\sqrt[4]{3}:\sqrt[4]{4}\approx 1:1{,}316:1{,}414.$$

Biczó Géza (Bp., II., Rákóczi g. II. o. t.)

II. megoldás: Jelölje F a közös felszínt.

a) $\dfrac{F}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, amiből $a=\sqrt{\dfrac{F\sqrt{3}}{3}}$,

és így

$$k_1=a^3\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{F\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{F\sqrt{F}}{36}\sqrt[4]{12}.$$

b) $\dfrac{F}{6}=b^2$, amiből $b=\sqrt{\dfrac{F}{6}}$,

és így

$$k_2=b^3=\frac{F}{6}\sqrt{\frac{F}{6}}=\frac{F\sqrt{F}}{6\sqrt{6}}=\frac{F\sqrt{F}}{36}\sqrt{6}.$$

c) $\dfrac{F}{8}=\dfrac{c^2\sqrt{3}}{4}$, amiből $c=\sqrt{\dfrac{F\sqrt{3}}{6}}$,

és így

$$k_3=c^3\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{F\sqrt{3}}{6}\sqrt{\frac{F\sqrt{3}}{6}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{F\sqrt{F}}{18}\sqrt[4]{3}=\frac{F\sqrt{F}}{36}\sqrt[4]{48}.$$

Tehát

$$k_1:k_2:k_3=\sqrt[4]{12}:\sqrt[4]{36}:\sqrt[4]{48}=\sqrt[4]{1}:\sqrt[4]{3}:\sqrt[4]{4}.$$

Molnár István (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)