

Ha a keresett pont koordinátáit x és y -nal jelöljük, akkor a feladat szerint

$$(1) \quad x^2 + (y - 9)^2 = (x - 6)^2 + (y - 3)^2$$

és

$$(2) \quad \left[\left(x + \frac{1}{3} \right)^2 + (y + 1)^2 \right] : \left[(x - 3)^2 + \left(y + \frac{7}{2} \right)^2 \right] = 4 : 9.$$

(1)-ből nyerjük, tagokra bontás rendezés és összevonás után

$$(3) \quad y = x + 3$$

Ez a geometriai hely az AB távolságot merőlegesen felező egyenes. (2)-ből

$$9 \left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + y^2 + 2y + 1 \right) = 4 \left(x^2 - 6x + 9 + y^2 + 7y + \frac{49}{4} \right),$$

amiből

$$(4) \quad x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0.$$

Ez a geometriai hely tehát kör, az ismert Apollonius-féle kör.

A két geometriai hely közös pontjainak abszcisszáját megkapjuk, ha (3)-ból y értékét behelyettesítjük (4)-be.

$$x^2 + (x + 3)^2 + 6x - 2x - 6 - 15 = 0,$$

vagyis

$$x^2 + 5x - 6 = 0,$$

ahonnan

$$\begin{array}{lll} x_1 = 1, & \text{és így} & y_1 = 4, \\ x_2 = -6, & \text{és így} & y_2 = -3. \end{array}$$

Tehát két megoldás van: $P_1(1, 4)$ és $P_2(-6, -3)$.

Deseő Zoltán (Bp., X., I. László g. III. n. t.)