

Mindenekelőtt megállapíthatjuk, hogy $x = 0$, $y = 0$ értékek, mint gyökök nem jöhetnek tekintetbe. (1)-et (2)-vel szorozva, illetőleg osztva $\left[(x^2 - y^2)\frac{y}{x} \neq 0\right]$ nyerjük, hogy

$$(3) \quad x^4 - y^4 = 6,$$

illetőleg

$$\frac{(x^2 + y^2)x^2}{(x^2 - y^2)y^2} = 6.$$

Ez utóbbi egyenletet átalakítva ($x \neq y$)

$$(4) \quad x^4 - 5x^2y^2 + 6y^4 = 0$$

A (4) egyenlet így is írható:

$$(x^2 - 2y^2)(x^2 - 3y^2) = 0,$$

tehát vagy

$$(5) \quad x^2 = 2y^2 \quad \text{és} \quad (3)\text{-ből} \quad y_1^4 = 2, \quad x_1^2 = \pm 2\sqrt{2},$$

vagy pedig

$$(6) \quad x^2 = 3y^2 \quad \text{és} \quad (3)\text{-ből} \quad y_{II}^4 = \frac{3}{4}, \quad x_{II}^2 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2},$$

A valós gyököket tekintve (1)-ből kitűnik, hogy a baloldal első tényezőjén kívül az $\frac{x}{y}$ tényezőnek is pozitívnak kell lennie, vagyis x és y csak egyenlő előjelűek lehetnek.

Tehát a valós gyökök

(5)-ből

$$x_1 = \sqrt[4]{8}, \quad y_1 = \sqrt[4]{2}; \quad x_2 = -\sqrt[4]{8}, \quad y_2 = -\sqrt[4]{2};$$

(6)-ból

$$x_3 = \sqrt[4]{\frac{27}{4}}, \quad y_3 = \sqrt[4]{\frac{3}{4}}; \quad x_4 = -\sqrt[4]{\frac{27}{4}}, \quad y_4 = -\sqrt[4]{\frac{3}{4}}.$$

Tomor Benedek (Győr, Révai g. III. o. t.)

(Akik ismerik a képzetes számokat, azok (1)-ből megállapíthatják, hogy mivel a baloldal első tényezője negatív – negatívnak kell lennie $\frac{x}{y}$ -nak is, vagyis a képzetes gyökök csak ellenkező előjellel párosíthatók. Tehát a képzetes gyökök:

$$x_5 = i\sqrt[4]{8}, \quad y_5 = -i\sqrt[4]{2}; \quad x_6 = -i\sqrt[4]{8}, \quad y_6 = i\sqrt[4]{2};$$

$$x_7 = i\sqrt[4]{\frac{27}{4}}, \quad y_7 = -i\sqrt[4]{\frac{3}{4}}; \quad x_8 = i\sqrt[4]{\frac{27}{4}}, \quad y_8 = i\sqrt[4]{\frac{3}{4}}.$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy e gyökök is kielégítik egyenletrendszerünket.)