

I. megoldás: Legyenek az egyenlet gyökei x_1, x_2, x_3, x_4 . Az egyenlet gyöktényezői alakja

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + \dots + x_1x_2x_3x_4 = 0$$

Eszerint

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 14, \\x_1x_2x_3x_4 &= 120.\end{aligned}$$

De feladatunk szerint

$$\begin{aligned}(1) \quad x_1 + x_2 &= 5, \\(2) \quad x_3x_4 &= 20\end{aligned}$$

és így

$$(3) \quad x_3 + x_4 = 9$$

illetőleg

$$(4) \quad x_1x_2 = 6$$

(1) és (4)-ből

$$x_1 = 2 \quad \text{és} \quad x_2 = 3,$$

(2) és (3)-ből

$$x_3 = 4 \quad \text{és} \quad x_4 = 5,$$

Csiszár Imre (Bp. I., Petőfi g. I. o. t.)

Egyenletünk természetesen megoldható a feladatban megadott adatok felhasználása nélkül is, amint azt az alábbi két megoldás mutatja.

II. megoldás: Mivel x^4 együtthatója 1, az egyenlet racionális gyökei csak azon egész számok közül kerülhetnek ki, amelyek az állandó tag, vagyis 120-nak osztói. Egyszerű behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy $x_1 = 2$ és $x_2 = 3$ kielégíti az egyenletet. Az $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$ -tal osztva egyenletünk többitagúját, a hányados

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

szolgáltatja a másik két gyököt:

$$x_3 = 4 \quad \text{és} \quad x_4 = 5,$$

Tóber Ernő (Nagykanizsa, Irányi D. g. III. o. t.)

III. megoldás: Mivel

$$(x^2 - 7x + 11)^2 = x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 121,$$

azért egyenletünk így írható

$$(x^2 - 7x + 11)^2 = 1,$$

amiből

$$x^2 - 7x + 11 = \pm 1,$$

vagyis, vagy

$$x^2 - 7x + 10 = 0,$$

ahonnan

$$x_1 = 2 \quad \text{és} \quad x_2 = 5,$$

vagy pedig

$$x^2 - 7x + 12 = 0,$$

ahonnan

$$x_3 = 3, \quad x_4 = 4,$$

Borbély János (Pápa, Türr István g. III. o. t.)