I. megoldás: A binomiális tétel szerint

$$(a+1)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1} + \binom{n}{2}a^{n-2} + \ldots + \binom{n}{n-2}a^2 + \binom{n}{n-1}a + 1.$$

A jobboldal első $n-1$ tagjából a^2-et kiemelve és $\binom{n}{n-1} = n$ értéket írva

$$(a+1)^n = a^2\left[a^{n-2} + \binom{n}{1}a^{n-3} + \ldots + \binom{n}{n-2}\right] + na + 1 = a^2A + an + 1.$$

Ezen értéket az adott kifejezésbe helyettesítve

$$\begin{aligned}(an-1)(a^2A+an+1)+1 &= a^2A(an-1)+a^2n^2-1+1=\\ &= a^2[A(an-1)+n^2].\end{aligned}$$

Az így nyert alakban bizonyítandó állításunk nyilvánvaló.

Csiszár Imre (Bp. I. Petőfi g. I. o. t.)

II. megoldás: Állításunkat teljes indukcióval igazoljuk. $n=1$-re az állítás igaz mert $(a-1)(a+1)+1=a^2$. Tegyük fel, hogy $n=k$-ra helyes, vagyis

$$(ak-1)(a+1)^k+1=a^2A,$$

kimutatjuk, hogy akkor $n=(k+1)$-re is igaz. Kifejezésünket a $n=(k+1)$-re felírva és az alábbi átalakítást végezve

$$\begin{aligned}[a(k+1)-1](a+1)^{k+1}+1 &= (ak-1+a)(a+1)^k(1+a)+1=\\ &= (ak-1)(a+1)^k+1+(ak-1)(a+1)^ka+a(a+1)^k(1+a)=\\ &= a^2A+a(a+1)^k(ak-1+1+a)=a^2A+a^2(a+1)^k(k+1)=\\ &= a^2[A+(a+1)^k(k+1)]\end{aligned}$$

Tehát tényleg $n=(k+1)$-re is igaz állításunk és így minden n-re igaz.

Schmidt Eligius (Bp. I. Fürst Sándor g. III. o. t.)