I. megoldás: Állításunk így is fogalmazható: Bármilyen két értéket is adjunk m-nek, az ezáltal kiválasztott két egyenes metszéspontján mennek át az összes egyenesek.

Válasszunk tehát ki két konkrét egyenest: Pl. legyen $m_1=0$ és $m_2=1$ akkor a két egyenes egyenlete.

$$\begin{aligned} 3x-\ \ 2y+2&=0\\ 10x-22y-1&=0. \end{aligned}$$

Ezen egyenletrendszert megoldva a két egyenes metszéspontjaként a $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$ pont adódik. E pont koordinátáit az adott általános egyenletbe helyettesítve

$$-(m^2+6m+3)+\frac{1}{2}(2m^2+18m+2)-3m+2=0,$$

vagyis a

$$-m^2-6m-3+m^2+9m+1-3m+2=0$$

azonosságot kapjuk, tehát tényleg az összes egyenesek átmennek a $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right)$ ponton.

Marik Miklós (Bp. I., Fürst Sándor g. III. o. t.)

II. megoldás: Rendezzük az egyenletet m hatványai szerint

$$(x-2y)m^2+3(2x-6y-1)m+3x-2y+2=0.$$

Állításunkat igazoltuk, ha kimutatjuk, hogy van olyan x, y pár, amely a fenti egyenletet m-től függetlenül kielégíti, vagyis más szavakkal az,

$$x-2y=0, \tag{1}$$

$$2x-6y-1=0, \tag{2}$$

$$\text{és}\qquad 3x-2y+2=0 \tag{3}$$

egyenesek egy pontban metszik egymást.

Ehhez elég kimutatni, hogy ezen három egyenletből álló két ismeretlent tartalmazó, egyenletrendszer nem ellentmondó, hanem bármely két egyenletből következik a harmadik. Tényleg (2) kétszereséhez (3)-at hozzáadva, megkapjuk (1) 7-szeresét. Tehát a (2) és (3) egyenletrendszer gyökei: $x=-1$, $y=-\frac{1}{2}$ kielégítik az (1) egyenletet is, amivel állításunk bizonyítást nyert.

Almási Lajos (Bp. II., Rákóczi g. II. o. t.)