

Mindenekelőtt meg kell győződni, hogy a követelményeknek megfelelő téglatest egyáltalában létezik. Ha a testátlót  $d$ -vel, az éleket pedig  $a$ -,  $b$ -,  $c$ -vel jelöljük, akkor szükségképpen  $a + b + c > d$ . Másrészt  $a + b + c$  akkor éri el maximális értékét, ha  $a = b = c$ . (Ez egyszerűen következik az ismeretes tételből, hogy derékszögű háromszögben állandó átfogó mellett, a befogók összege akkor maximális, amikor a befogók egyenlők). Ez esetben  $d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$ , vagyis  $a = \frac{d}{\sqrt{3}}$  és így  $3a = d\sqrt{3}$ . Tehát  $a + b + c$  felső határa  $d\sqrt{3}$ .

Feladatunkban tényleg

$$27 < 42 < 27\sqrt{3} \approx 46,8,$$

és így létezik a követelményeknek megfelelő téglatest.

A létező téglatest felszíne:

$$F = 2ab + 2ac + 2bc.$$

A feladat szerint

$$(1) \quad a + b + c = 42$$

és

$$(2) \quad a^2 + b^2 + c^2 = 27^2$$

(1)-et négyzetre emelve

$$(3) \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 42^2$$

(3)-ból (2)-t kivonva

$$2ab + 2ac + 2bc = 42^2 - 27^2,$$

vagyis

$$F = 42^2 - 27^2 = 69 \cdot 15 = 1035 \text{ cm}^2.$$

*Megjegyzés:* Ha 42 helyett pl. történetesen 47-et adunk meg, akkor  $F$  gyanánt  $47^2 - 27^2 = 74 \cdot 20 = 1480 \text{ cm}^2$ -t kapunk, holott akkor téglatest nem is létezik.

Egyetlenegy megoldó sem mutatott rá a téglatest létezésére. (Itt lett volna alkalom a versenyen néhány értékes pontot szerezni.)