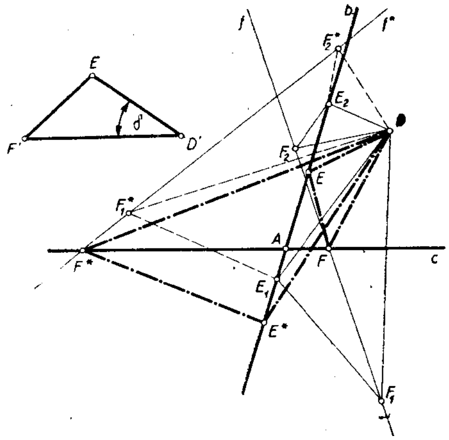
I. megoldás: Mivel a D pont megválasztása után az $a = BC$ oldal tetszés szerinti, D ponton átmenő egyenesen lehet, azért a B és C pontok lényegtelenek, annál is inkább, mert – feladatunk szerint – az E és F pontok az $AC = b$ ill. $AB = c$ egyeneseken bárhol lehetnek. Tehát az $ABC\triangle$ helyettesíthető az A pontban metsző b és c egyenesekkel és a D ponttal.

Vegyünk fel a b egyenesen egy tetszőleges E_1 pontot és szerkesszünk DE_1, mint oldal fölé egy DE_1F_1 (ill. $DE_1F_1^*$) háromszöget, amely hasonló a megadott $D'E'F'\triangle$-höz (1. ábra).



1. ábra

DF_1 (ill. DF_1^*) felfogható, mint DE_1-nek D körüli δ szöggel való elforgatása és ugyanakkor $\dfrac{D'F'}{D'E'}$ arányban való megnyujtása (vagy összehúzása). Mivel ez a transzformáció (l. lapunk 1952. decemberi számában a 135–136. oldalt) az egyenest egyenesbe viszi át, ezért ha az E pont mozog a b egyenesen, akkor a megfelelő F ill. F^* pontok szintén egy-egy egyenest írnak le. Jelöljük ezeket f ill. f^*-gal. E két egyenes megszerkesztéséhez elég még egy tetszőleges E_2, ponhoz tartozó F_2 ill. F_2^* pontokat megszerkeszteni. $F_1F_2 = f$, $F_1^*F_2^* = f^*$. E két egyenes metszi ki a c egyenesből a keresett F ill. F^* pontokat.

Általában tehát 2, különböző körüljárású, háromszög felel meg követelményeinknek. Ha az f és f^* közül az egyik párhuzamos c-vel, akkor csak egy megoldás van, viszont ha a két f egyenes közül az egyik egybeesik c-vel, akkor végtelen sok, azonos körüljárású háromszöget és egy ellentétes körüljárású háromszöget kapunk megoldásként.

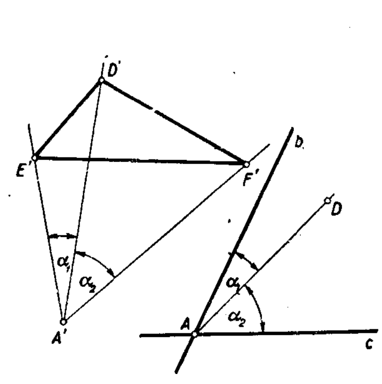
Vass Gábor (Bp. V., Piarista g. III. o. t.)

II. megoldás: Fordítsuk meg a feladatot. Írjunk $D'E'F'\triangle$ köré az $ABC\triangle$-höz hasonló $A'B'C'$ háromszöget, melyet aztán hasonlósági transzformációval átviszünk az adott $ABC\triangle$-be.

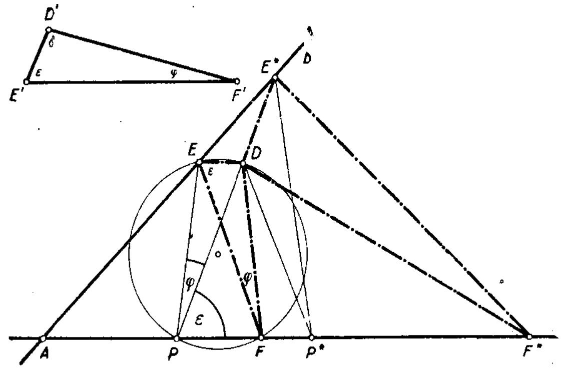
Képzeljük el, hogy az $A'B'C'\triangle$-et megszerkesztettük (2. ábra). Nyilvánvalóan elég az A'-nek helyzetét meghatározni a $D'E'F'\triangle$-höz képest. Ha a DA egyenesnek a b és c egyenesekkel bezárt szögét α_1 -ill. α_2-vel jelöljük, akkor az A'-ből $D'E'$ és $D'F'\alpha_1$ ill. α_2 szög alatt látszik.

Tehát az adott $D'E'F'\triangle$-höz látókörívek metszéspontjaként (általában 2–2 látókörív 2 megoldást ad) megszerkesztjük az A' pontot.

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)



2. ábra



3. ábra

III. megoldás: Jelöljük az adott $D'E'F'$ szögeit rendre δ, ε és φ-vel. Természetesen ugyanakkorák a $DEF\triangle$ szögei is. Képzeljük a feladatot megoldottnak és írjunk a $DEF\triangle$ köré kört, amely a c egyenest, F-en kívül, még a P pontban messe (3. ábra). A kerületi szögek tétele alapján $DPF\sphericalangle = \varepsilon$ és $DPE\sphericalangle = \varphi$. Ennek alapján az adott ε

szög segítségével a P (és P^*) pont könnyen szerkeszthető. A P (ill. P^*) pont birtokában az adott φ szög segítségével megkapjuk a b egyenesen az E (ill. E^*) pontot.

Papp Zoltán (Sárospatak, Kossuth g. IV. o. t.)