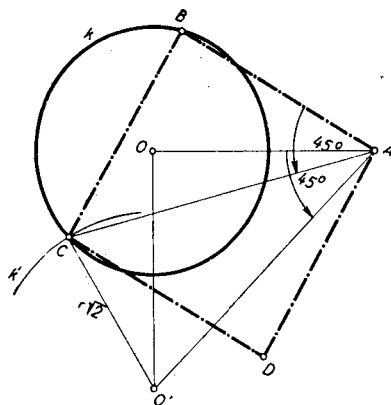


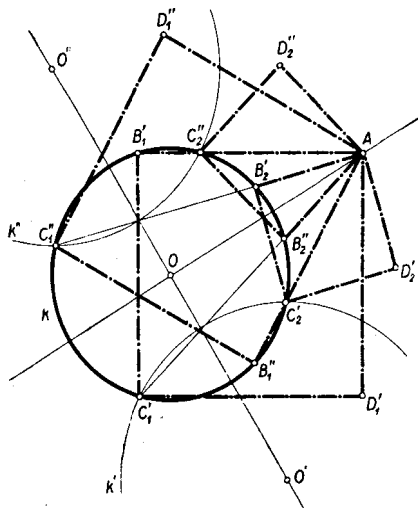
**I. megoldás:** Jelöljük az adott pontot  $A$ -val és az adott  $O$  középpontú és  $r$  sugarú kört  $k$ -val. Legyen  $ABCD$  a keresett négyzet és legyen a  $BC$  oldal a  $k$  húrja. Képzeld a feladatot megoldottnak (1. ábra).



1. ábra

Az  $AC$  átló az  $AB$  oldalnak  $A$  körüli  $45^\circ$ -kal való elforgatása és  $\sqrt{2} : 1$  arányban való nyújtása. Ez a transzformáció azonban átviszi a  $k$  kört egy olyan  $k'$  körbe, melynek középpontja  $O'$  az  $AO$  távolságnak hasonló transzformációjából keletkezik és amely  $k'$  sugara  $r\sqrt{2}$ . Tehát a  $C$  csúcspont egyrészt rajta van a  $k$  körön, másrészt rajta van a  $k'$ -n.

Eszerint a szerkesztés menete: Az  $AO$  távolságot mindkét irányban  $45^\circ$ -kal elforgatva és  $\sqrt{2} : 1$  arányban megnyújtva, nyerjük az  $O'$  és  $O''$  pontokat. (Legegyszerűbben úgy, hogy az  $O$ -ban  $OA$ -ra emelt merőlegesre mindkét irányba felmérjük az  $OA = OO' = OO''$  távolságot.)  $O'$  és  $O''$  körül  $r\sqrt{2}$  sugárral rajzolt körök (2. ábra) metszik ki  $k$ -ból a  $C'_1, C'_2$  ill.  $C''_1, C''_2$  csúcspontokat. (A  $B$  és  $D$  pontok megszerkesztése már triviális.) Az utóbbi két megoldás az előbbi kettőnek tükröképe az  $OA$  tengelyre nézve.



2. ábra

A megoldhatóság feltétele, hogy  $k$  és  $k'$  (és ugyanakkor  $k$  és  $k''$ -nek) legyen közös pontja, vagyis hogy egyrészt  $OA \leq r\sqrt{2} + r$ , másrészt (ha  $A$  a  $k$ -n belül van)  $OA \geq r\sqrt{2} - r$ . Tehát megoldás akkor van, ha

$$r(\sqrt{2} - 1) \leq OA \leq r(\sqrt{2} + 1).$$

Ha  $OA$  a fenti egyenlőtlenségek egyikének nem tesz eleget, akkor nincs megoldás. Egyenlőség esetén a megoldások száma 2, különben 4, kivéve az  $OA = r$  esetet (vagyis midőn  $A$  rajta van a  $k$ -n), midőn is  $C'_1$  és  $C''_1$  összeesnek az  $A$ -nak átellenes pontjában (a két megoldás elfajul a  $k$ -ba írt négyzetté) és ugyanakkor  $C'_2$  és  $C''_2$  egybeesnek  $A$ -val vagyis két megoldás ponttá fajul.

Beke Gyula (Hatvan, Bajza József g. I. o. t.)

**II. megoldás:** Képzeld a feladatot megoldottnak, de az egyszerűség kedvéért hagyjuk el a lényegtelen  $D$  pontot (2. ábra).

