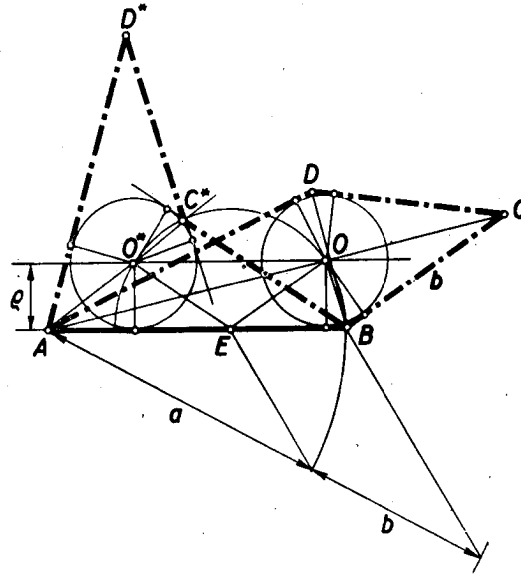


I. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak. A betűzést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Az $ABCD$ deltoidban húzzunk a beírt kör középpontján, O -n át párhuzamosot a $BC = b$ oldallal. Messe ez a párhuzamos az $AB = a$ oldalt E -ben. A BO nyilván szögfelezője az $ABC\angle = \beta$ szögnek. Tehát $ABO\angle = OBC\angle = \frac{\beta}{2}$ de az $OBC\angle$, mint váltószög egyenlő $BOE\angle$ -gel és így az $EBO\Delta$ egyenlő szárú: $EB = EO$. Mivel $OE \parallel CB$, azért $AE : EB = AO : OC$. Az ismeretes szögfelezőtétel alapján azonban $AO : OC = a : b$, így tehát $AE : EB = a : b$. Ennek alapján az E pont egyszerű arányos osztással megszerkeszthető.

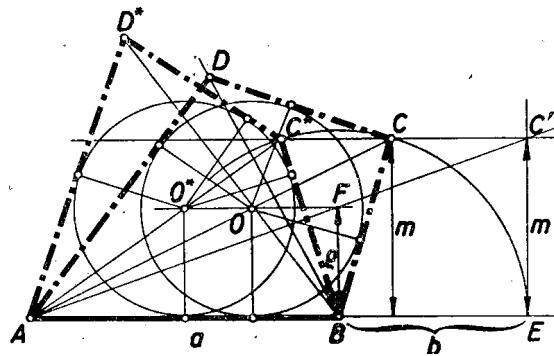
Az O pont mértani helye tehát, egyrészt az AB -vel húzott párhuzamos egyenes AB egyenestől ρ távolságban, másrészt az E köré EB sugárral rajzolt kör.

Mivel $EB : a = b : (a + b)$, azért $EB = \frac{ab}{a + b}$, és így 2, 1, 0 megoldás van, aszerint, amint $EB = \frac{ab}{a + b} \begin{matrix} \geq \\ < \\ = \end{matrix} \rho$.

Ábránkon a 2. megoldás konkáv (homorú) deltoid. Ilyenkor a beírt kör a homorú szöget ($C^*\angle > 180^\circ$) bezáró oldalak meghosszabbítását érinti.

Pergel József (Bp. XIX., Landler Jenő g. IV. o. t.)

II. megoldás: A betűzést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

A deltoid területe nyilván egyenlő az $ABC\Delta$ területének kétszeresével. Utóbbi pedig egyrészt $a\rho + b\rho$, másrészt am , ahol m az a oldalához tartozó magasság. Tehát

$$am = (a + b)\rho,$$

vagyis

$$a : \rho = (a + b) : m,$$

és így m negyedik arányosként egyszerűen megszerkeszthető. m birtokában az adott a és b oldalakkal az $ABC\Delta$ és így a deltoid szerkesztése is triviális.

A megoldások száma 2, 1, 0, aszerint, amint $m = \frac{(a+b)\varrho}{a} \leq b$ vagyis $\varrho \leq \frac{ab}{a+b}$.

A szerkesztés menete: Az $AB = a$ távolságot megtoldjuk a $BE = b$ szakasszal. A B pontban AB -re emelt merőlegesre felmérjük a $BF = \varrho$ távolságot. Az AF egyenes metszéspontja az E -ben AE -re emelt merőlegessel C' .
 $C'E : (a+b) = \varrho : a$, vagyis

$$C'E = \frac{(a+b)}{a}\varrho = m.$$

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)