I. Megoldás: Emeljük mindkét oldalt négyzetre:

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x\cos x = \frac{3}{2},$$

vagyis

$$1 + \sin 2x = \frac{3}{2}, \tag{2}$$

amiből

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

és így

$$2x_1 = 30^\circ \pm k\cdot 360^\circ \quad \text{és} \quad 2x_2 = 150^\circ \pm k\cdot 360^\circ,$$

ahol $k = 0, 1, 2, \ldots$.
Ennélfogva

$$x_1 = 15^\circ \pm k\cdot 180^\circ \quad \text{és} \quad x_2 = 75^\circ \pm k\cdot 180^\circ.$$

Ezek a gyökök kielégítik a (2) alatti egyenletet, de nem biztos, hogy az (1) alatti egyenletnek is eleget tesznek, mert hiszen a négyzetre emelés által nyert (2) egyenlet nem egyenértékű az (1) alatti egyenlettel. Csak az igaz, hogy az (1) minden gyöke szükségképpen a (2)-nek is gyöke.

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy $x_1 = 195^\circ$ és $x_2 = 255^\circ$ főértékek nem elégítik ki az eredeti (1) egyenletet, mert a baloldalon mindkét tag negatív, a jobboldal pedig *pozitív.* (Megállapodás ugyanis, hogy minden négyzetgyök, amely előtt nincs előjel, pozitívnak veendő. Ha meg akarjuk hagyni a négyzetgyök kétértelműségét, akkor $\pm$ előjeleket kell a négyzetgyök elé írni, amint azt a másodfokú egyenlet oldóképletében meg is tesszük.)

Tehát egyenletünk megoldása

$$x_1 = 15^\circ \pm k\cdot 360^\circ = \frac{\pi}{12} \pm 2k\pi,$$

és

$$x_2 = 75^\circ \pm k\cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{12} \pm 2k\pi,$$

ahol $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Rácz Márton (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)

II. megoldás: Mivel $\sin(x + 45^\circ) = \sin x\cos 45^\circ + \cos x\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$, azért $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\cdot\sin(x + 45^\circ)$.

Egyenletünk tehát így is írható:

$$\sqrt{2}\sin(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \text{ vagyis } \quad \sin(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ amiből}$$

$$x_1 + 45^\circ = 60^\circ \pm k\cdot 360^\circ, \quad \text{és} \quad x_2 + 45^\circ = 120^\circ \pm k\cdot 360^\circ, \quad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

és így

$$x_1 = 15^\circ \pm k\cdot 360^\circ, \qquad x_2 = 75^\circ \pm k\cdot 360^\circ \qquad \text{ahol} \quad k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Sóti Ferenc (Szeged, 5. sz. vegyip. techn. IV. o. t.)

III. megoldás: Mivel $\cos\alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$, ezért egyenletünk így is írható:

$$\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Felhasználva a $\sin\alpha + \sin\beta = 2sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ azonosságot

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

De $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ és így

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

stb., mint a II. megoldásban.

Keresztély Sándor (Miskolc, Földes Ferenc g. IV. o. t.)