I. megoldás: $440 = 5\cdot 8\cdot 11$. Mivel e három tényező páronként relatív prím, azért elég azt megmutatni, hogy kifejezésünk osztható 5-tel, 8-cal, és 11-gyel.

A binomiális tételből következik, hogy $(a\pm b)^n$ osztva a-val – páratlan n esetén – $\pm b^n$-t ad maradékul, vagyis $(a\pm b)^n = aA\pm b^n$, ahol A természetes szám és n páratlan.

Tehát páratlan n esetén

$$\begin{aligned}
1)\quad & N = 12^n-(1^n+4^n+7^n) = (5+7)^n-1^n-(5-1)^n-7^n = \\
& = 5\ A+7^n-1^n-5\ B+1^n-7^n = 5(A-B), \\
2)\quad & N = (8+4)^n-1^n-4^n-(8-1)^n = 8\ C+4^n-1^n-4^n-8D+1^n = \\
& = 8(C-D), \\
3)\quad & N = (11+1)^n-1^n-4^n-(11-4)^n \\
& = 11\ E+1^n-1^n-4^n-11\ F+4^n = 11\ (E-F),
\end{aligned}$$

ahol A, B, C, D, E, F természetesen számokat jelentenek. Ezzel kimutattuk, hogy kifejezésünk 5-tel, 8-cal és 11-gyel osztható.

Mohos Béla (Pannonhalmi g. III. o. t.)

II. megoldás: Ismeretes, hogy
a^n-b^n osztható $(a-b)$-val, ha n bármilyen természetes szám,
és a^n+b^n osztható $(a+b)$-vel, ha n páratlan szám.
Tehát fentiek alapján

1. $N=(12^n-7^n)-(1^n+4^n)$, ahol az első tag osztható $(12-7)$-tel, a második tag pedig $(1+4)$-gyel, vagyis mindkét tag osztható 5-tel.
2. $N=(12^n-4^n)-(1^n+7^n)$, ahol az első tag $(12-4)$-gyel, a második tag $(1+7)$-tel, vagyis mindkét tag 8-cal osztható.
3. $N=(12^n-1^n)-(4^n+7^n)$, ahol az első, ill. második tag $(12-1)$-gyel ill. $(4+7)$-tel és így mindkét tag 11-gyel osztható.

Mivel 5, 8 és 11 páronként viszonylagos törzsszámok, azért – páratlan n esetén – kifejezésünk osztható $5\cdot 8\cdot 11 = 440$-gyel.

Schmidt Eligius (Bp. I., Fürst S. g. III. o. t.)

Megjegyzés: Többet lehet megmutatni, mint amennyit a feladat követel. Ugyanis kifejezésünk 3-mal is osztható:

$$\begin{gathered}
12^n-(1^n+4^n+7^n) = 12^n-1^n-(3+1)^n-(6+1)^n = 3\ A-1^n-3\ B- \\
-1^n-6\ C-1^n = 3\ (A-B-2\ C-1)
\end{gathered}$$

ahol A, B és C természetes számok.

Tehát kifejezésünk – páratlan n esetén – osztható $3\cdot 5\cdot 8\cdot 11 = 1320$-szal.

Csonka Pál (Bp., XI., József Attila g. IV. o. t.)