Jelöljük a személy-, teher- és gyorsvonat sebességét rendre c_1, c_2 és c_3 km/perccel.
A feladat szerint

$$\frac{5}{c_1}+\frac{5}{c_2}=15, \tag{1}$$

ahol

$$c_2 \leqq c_1 \tag{2}$$

kikötésünk szerint.
(1)-ből

$$\frac{1}{c_2}=3-\frac{1}{c_1}$$

és így (2) figyelembevételével

$$\frac{1}{c_1}\leqq 3-\frac{1}{c_1},$$

amiből

$$c_1 \geqq \frac{2}{3},$$

és így (1)-ből

$$c_2 \leqq \frac{2}{3}.$$

Mivel a feladat szerint

$$\frac{5}{c_2}+\frac{5}{c_3}=11 \tag{3}$$

azért, ha c_2 felveszi maximális $\frac{2}{3}$ értékét, akkor c_3 értéke minimális és ez a minimális érték kiszámítható (3)-ból:

$$\frac{5}{c_3}=11-\frac{5}{c_2}=11-\frac{15}{2}=\frac{7}{2},$$

amiből

$$c_3=\frac{10}{7},$$

vagyis

$$c_3 \geqq \frac{10}{7}$$

c_3 maximális értéke a feltétel szerint $\frac{5}{2}$, tehát $c_3 \leqq \frac{5}{2}$.
Ha (3)-ba c_3 helyébe a maximális értéket tesszük, akkor nyerjük c_2-re a minimális értéket:

$$\frac{5}{c_2}=11-\frac{5}{c_3}=11-2=9,$$

amiből

$$c_2=\frac{5}{9},$$

vagyis

$$c_2 \geqq \frac{5}{9}.$$

Végül, ha c_2-nek ezen minimális értékét helyettesítjük (1)-be, akkor megkapjuk c_1 maximális értékét:

$$\frac{5}{c_1}=15-9=6,$$

amiből

$$c_1=\frac{5}{6},$$

vagyis

$$c_1 \leqq \frac{5}{6}.$$

Tehát a korlátok km/percekben:

$$\frac{2}{3} \leqq c_1 \leqq \frac{5}{6},$$
$$\frac{2}{3} \geqq c_2 \geqq \frac{5}{9},$$
$$\frac{10}{7} \leqq c_3 \leqq \frac{5}{2}.$$

Áttérve km/órára:

$$40 \leqq c_1 \leqq 50$$
$$40 \geqq c_2 \geqq 33\frac{1}{3}$$
$$85\frac{5}{7} \leqq c_3 \leqq 150.$$

Amíg a személy- és gyorsvonat sebessége növekszik, addig a teheré csökken.

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)