I. megoldás.

$$2^{3n+6}+2^{3n+2}=2^6\cdot\left(2^3\right)^n+3^2\cdot\left(3^4\right)^n=64\cdot 8^n+9\cdot 81^n=$$
$$=(73-9)8^n+9\cdot 81^n=73\cdot 8^n+9\left(81^n-8^n\right).$$

Az első tag oszthatósága nyilvánvaló. De a második tag is osztható, mert a^n-b^n minden természetes n szám esetén osztható $(a-b)$-vel, ezért 81^n-8^n is osztható $81-8=73$-mal és így tételünket bebizonyítottuk.

Tokaji Béla (Debrecen, Ép. ip. techn. IV. o. t.)

II. megoldás.

$$N=2^{3n+6}+3^{4n+2}=64\cdot 8^n+9\cdot 81^n=73\cdot 8^n-9\cdot 8^n+9\cdot(73+8)^n.$$

A binomiális tétel szerint

$$(73+8)^n=73^n+\binom{n}{1}73^{n-1}\cdot 8+\ldots+\binom{n}{n-1}73\cdot 8^{n-1}+8^n=73A+8^n,$$

ahol A egész számot jelent.

Tehát

$$N=73\cdot 8^n-9\cdot 8^n+9\cdot 73A+9\cdot 8^n=73\big(8^n+9A\big).$$

Kálmán György (Szolnok, Beloiannisz g. II. o. t.)

III. megoldás. Teljes indukcióval is bizonyíthatjuk tételünket.

$$n=1\text{-re}\quad N=2^9+3^6=512+729=1241=17\cdot 73.$$

Tegyük fel, hogy $n=k$-ra igaz állításunk, vagyis

$$2^{3k+6}+3^{4k+2}=73A,$$

ahol A egész szám, akkor $n=k+1$ esetén

$$2^{3(k+1)+6}+3^{4(k+1)+2}=2^3\cdot 2^{3k+6}+3^4\cdot 3^{4k+2}=8\cdot 2^{3k+6}+81\cdot 3^{4k+2}=$$
$$8\cdot 2^{3k+6}+(73+8)3^{4k+2}=8\left(2^{3k+6}+3^{4k+2}\right)+73\cdot 3^{4k+2}=$$
$$8\cdot 73A+73\cdot 3^{4k+2}=73\left(8A+3^{4k+2}\right).$$

Tehát ha k-ra igaz, akkor $(k+1)$-re is igaz, de $k=1$-re – mint láttuk – igaz és így minden természetes n számra igaz.

Csonka Pál (Bp. XI., József Attila g. IV. o. t.)