I. megoldás: A kör egyenlete így is írható:

$$(x-5)^2+(y-6)^2=16,$$

amiből a kör középpontja $O\ (5,\,6)$ és sugara $r=4$.

A kör középpontján átmenő és az adott $y=3x$ egyenesre merőleges egyenes:

$$y-6=-\frac{1}{3}(x-5) \tag{1}$$

metszi ki a körvonalból az érintési pontokat.
(1)-ből

$$x=23-3y,$$

amely értéket a kör egyenletébe helyettesítve

$$(18-3y)^2+(y-6)^2=16,$$

vagyis

$$10y^2-120y+344=0,$$

amiből

$$y_{1,2}=6\pm\frac{2}{5}\sqrt{10},$$

és így

$$x_{1,2}=23-18\mp\frac{6}{5}\sqrt{10}=5\mp\frac{6}{5}\sqrt{10}.$$

Tehát az érintési pontok:

$$E_1\left(5-\frac{6}{5}\sqrt{10},\ \ 6+\frac{2}{5}\sqrt{10}\right)\quad \text{és}\quad E_2\left(5+\frac{6}{5}\sqrt{10},\ \ 6-\frac{2}{5}\sqrt{10}\right).$$

Az E_1 ponton átmenő és az adott egyenessel párhuzamos egyenes egyenlete:

$$y-6-\frac{2}{5}\sqrt{10}=3\left(x-5+\frac{6}{5}\sqrt{10}\right),$$

amiből

$$y=3x-9+4\sqrt{10}.$$

Hasonlóképpen nyerjük az E_2-n átmenő érintőt:

$$y=3x-9-4\sqrt{10}.$$

Klofszky Emil (Győr, Révai g. III. o. t.)

II. megoldás: Legyen az érintő egyenlete $y=mx+b$. A párhuzamosság miatt $m=3$. Az $y=3x+b$ egyenes akkor érinti a kört, ha két egybeeső pontban metszi, vagyis ha y értékét behelyettesítjük a kör egyenletébe:

$$x^2+(3x+b)^2-10x-12(3x+b)+45=0, \tag{1}$$

az így nyert, x-re nézve, másodfokú egyenletnek diszkriminánsa 0.

Az (1) alatti egyenletet rendezve

$$10x^2+(6b-46)x+(b^2-12b+45)=0.$$

A diszkrimináns:

$$(6b-46)^2-40(b^2-12b+45)=0,$$

vagyis

$$b^2+18b-79=0,$$

amiből

$$b_{1,2}=-9+4\sqrt{10}.$$

Tehát az érintők egyenletei:

$$y=3x-9+4\sqrt{10},$$
$$y=3x-9-4\sqrt{10}.$$

Durst Endre (Szolnok, Beloiannisz g. IV. o. t.)

III. megoldás: Az $y=3x+b$ egyenes normál alakja

$$\frac{3x-y+b}{\pm\sqrt{10}}=0,$$

b-t úgy kell megválasztani, hogy ennek az egyenesnek az O $(5,\, 6)$ ponttól való távolság 4 legyen, vagyis

$$\frac{15-6+b}{\pm\sqrt{10}}=4,$$

amiből

$$b_{1,2}=-9\pm 4\sqrt{10},$$

és így az érintők egyenlete:

$$y=3x-9+4\sqrt{10},$$

és

$$y=3x-9-4\sqrt{10}.$$

Rockenbauer Magda (Bp. X., I. László g. III. o. t.)