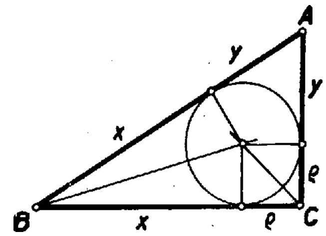
I. megoldás: A beírt kör érintési pontjai az oldalakat 2–2 részre osztják (l. ábrát). E szakaszok közül ϱ ismert, x és y ismeretlen.



Jelöljük a háromszög félkerületét s-sel, akkor

$$\varrho + x + y = s,$$

és így

(1) $$x + y = s - \varrho.$$

Másrészt Pythagoras tétele alapján

$$(\varrho + x)^2 + (\varrho + y)^2 = (x + y)^2,$$

amiből

(2) $$xy = \varrho(\varrho + x + y) = \varrho s.$$

(1) és (2) alapján x és y a

$$z^2 - (s - \varrho)z + \varrho s = 0$$

másodfokú egyenlet 2 gyöke.

Tehát

$$x_1 = y_2 = \frac{(s-\varrho) + \sqrt{(s-\varrho)^2 - 4\varrho s}}{2},$$
$$x_2 = y_1 = \frac{(s-\varrho) - \sqrt{(s-\varrho)^2 - 4\varrho s}}{2}.$$

Eszerint

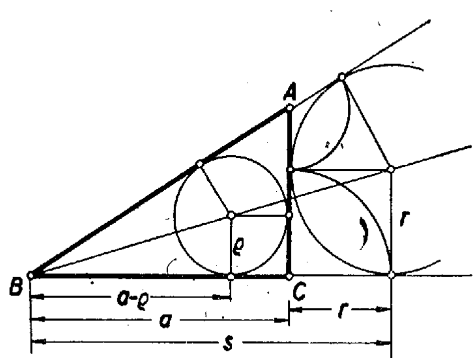
$$a = x + \varrho = \frac{(s+\varrho) + \sqrt{(s-\varrho)^2 - 4\varrho s}}{2},$$
$$b = y + \varrho = \frac{(s+\varrho) - \sqrt{(s-\varrho)^2 - 4\varrho s}}{2},$$
$$c = x + y = s - \varrho.$$

Jelen példánkban $s = 20$ cm, $\varrho = 3$ cm, és így

$$a = \frac{23 + \sqrt{289 - 240}}{2} = \frac{23 + 7}{2} = 15 \text{ cm},$$
$$b = \frac{23 - 7}{2} = 8 \text{ cm},$$
$$c = 20 - 3 = 17 \text{ cm}.$$

Gaál István (Csorna, Latinka S. g. II. o. t.)

II. megoldás: Rajzoljuk meg a *háromszöghöz* írt egyik kört is és jelöljük sugarát r-rel.



Az ábra szerint

$$(a-\varrho):\varrho=(a+r):r. \tag{1}$$

Mivel a B pontból az r sugarú körhöz húzott két érintő összege egyenlő a háromszög kerületével, ezért

$$a+r=s \qquad \text{és így} \qquad r=s-a.$$

Ezen értékeket (1)-be helyettesítve

$$(a-\varrho):\varrho=s:(s-a),$$

amiből az

$$a^2-(s+\varrho)a+2\varrho s=0$$

egyenlethez jutunk, amely a-ra ugyanazt az eredményt szolgáltatja, mint az I. megoldás.

Kántor Sándor (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)