I. megoldás:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\cdot\operatorname{tg}\frac{x}{2}}=\frac{1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}=\frac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}}=$$

$$=\frac{\left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)}{\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)^2}=$$

$$=\frac{\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cos x}{1+\sin x}$$

Révi Ferenc (Bp. XXI., 6. sz. gépip. techn. II. o. t.)

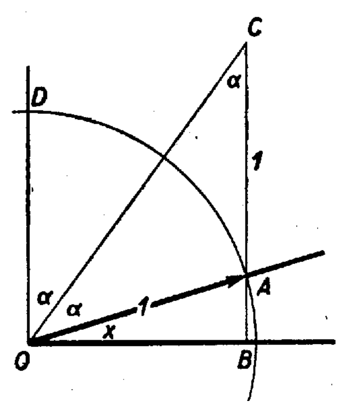
II. megoldás: Ismeretes, hogy $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$.
Tehát

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sqrt{\frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}=$$

$$=\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}=\sqrt{\frac{(1-\sin x)(1+\sin x)}{(1+\sin x)^2}}=\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{1+\sin x}=\frac{\cos x}{1+\sin x}.$$

Klofszky Emil (Győr, Révai g. III. o. t.)

III. megoldás: Rajzoljuk az x szöget a szokásos módon az egység sugarú körbe: $OA=1$, $AB=\sin x$, $OB=\cos x$ (l. ábrát).



Ha a BA szakaszt A-n túl az egységgel meghosszabbítjuk, vagyis $AC=1$, akkor az $OAC\triangle$ egyenlő szárú és így $AOC\sphericalangle=ACO\sphericalangle=\alpha$. Ha $DOB\sphericalangle=90^\circ$, akkor $DOC\sphericalangle$, mint váltószög szintén egyenlő α-val, de akkor $2\alpha+x=\frac{\pi}{2}$ és így

$$\alpha=\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}.$$

Az ábrából közvetlenül leolvasható:

$$\operatorname{tg}\,\alpha=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=\frac{OB}{BC}=\frac{OB}{AC+AB}=\frac{\cos x}{1+\sin x}.$$

Kántor Sándor (Debrecen, Ref. g. III. o. t.)

Megjegyzés: Az ábra csak az I. negyedre szorítkozik, de könnyen általánosítható $x>\frac{\pi}{2}$-re is.