

**I. megoldás:** Jelöljük az összetett számot  $N$ -nel és legyen a legkisebb törzsosztója  $p$ , ekkor  $N = p \cdot q$   
Feltételünk szerint

$$p^3 > N = pq$$

vagyis

$$(1) \quad p^2 > q$$

Ha  $q$  összetett szám volna, pl.  $q = q_1 q_2$ , ekkor a feltételünk értelmében

$$q_1 \geq p,$$

és

$$q_2 \geq p,$$

és így

$$q_1 q_2 \geq p^2$$

ami ellentmond az (1) alatti egyenlőtlenségnek. Tehát  $q$  szükségképpen prím szám.

*Bali György (Gyöngyös, Vak Bottyán g. III. o. t.)*

**II. megoldás:** Tegyük fel, hogy  $N$ -nek van 3 törzsosztója:

$$p_1 \leq p_2 \leq p_3, \quad \text{ahol} \quad p_1 p_2 p_3 \leq N.$$

Feltételünk szerint

$$p_1 > \sqrt[3]{N},$$

és így

$$p_2 > \sqrt[3]{N},$$

és

$$p_3 > \sqrt[3]{N}.$$

E három egyenlőtlenséget (melynek mindegyikében mindkét oldal pozitív) összeszorozva:

$$p_1 p_2 p_3 > N$$

ami nyilván ellentmondás, hiszen  $p_1 p_2 p_3 \leq N$ .

*Horváth Jenő (Celldömölk, Gábor Áron g. III. o. t.)*