

a) Kiindulunk az 12 és 21 csoportból. Beiktatjuk a 3-at rendre a harmadik, második és első helyre, nyerjük a következő hat csoportot:

123	132	312	213	231	321
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Most sorban minden egyes csoportba beiktatjuk a 4-et rendre a negyedik, harmadik, második és első helyre:

1234	1324	3124	2134	2314	3214
1243	1342	3142	2143	2341	3241
1423	1432	3412	2413	2431	3421
4123	4132	4312	4123	4231	4321

b) I. Legyen adott az  $1, 2, \dots, n$  elemeknek egy permutációs füzete. Jelöljük  $k_1$ -gyel, azon elemek számát, amelyeket a 2 elem megelőz (tehát  $k_1 = 0$  vagy 1, aszerint, amint 2 nem előzi meg a nálánál alacsonyabb rangú elemet, az 1-et, vagy megelőzi),  $k_2$  jelölje azon elemek számát, amelyeket a 3 megelőz ( $0 \leq k_2 \leq 2$ ) ... s. í. t. ...  $k_{n-1}$  jelölje azon elemek számát, amelyeket az  $n$  megelőz ( $0 \leq k_{n-1} \leq n-1$ ).

Ha  $k_1 = 1$ , akkor füzetünket megelőzték az összes olyan füzetek, amelyekben  $k_1 = 0$ . Ez utóbbiak száma (valamint az előbbieké száma is) nyilván az összes permutációk fele, vagyis  $n!/2 \cdot k_2$  lehet 0, 1, 2. A füzetek száma minden egyes esetben ugyanannyi, vagyis  $n!$ -nek a harmadrésze és így tovább.

Tehát ha a megadott füzetet jellemző  $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$  számokat meghatároztuk, akkor a füzet keresett rangszáma

$$N = k_1 \frac{n!}{2} + k_2 \cdot \frac{n!}{3} + k_3 \frac{n!}{4} + \dots + k_{n-1} \frac{n!}{n} + 1.$$

Jelen esetünkben

$$n = 7 \quad \text{és} \quad k_1 = 0, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 2, \quad k_4 = 4, \quad k_5 = 0, \quad k_6 = 2$$

és így

$$\begin{aligned} N &= 0 \cdot \frac{7!}{2!} + 2 \cdot \frac{7!}{3!} + 2 \cdot \frac{7!}{4!} + 4 \cdot \frac{7!}{5!} + 0 \cdot \frac{7!}{6!} + 2 \cdot \frac{7!}{7!} + 1 = \\ &= 2 \cdot 840 + 2 \cdot 210 + 4 \cdot 42 + 2 + 1 = 2271. \end{aligned}$$

II. Ha  $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$ -gyel jelöljük azon elemek számát, amelyeket a megadott füzeten az első, második, ...,  $n-1$ -edik helyen álló elem megelőz, akkor (L. IV. kötet 2. sz. 38. oldalt)

$$N = k_1(n-1)! + k_2(n-2)! + \dots + k_{n-1} \cdot 1! + 1.$$

Jelen esetben

$$n = 7, \quad k_1 = 4, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 2, \quad k_4 = 0, \quad k_5 = 2, \quad k_6 = 0,$$

és így

$$\begin{aligned} N &= 4 \cdot 6! + 2 \cdot 5! + 2 \cdot 4! + 0 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 0 \cdot 1! + 1 = \\ &= 2880 + 240 + 48 + 4 + 1 = 3173. \end{aligned}$$

*Németh László* (Gyula, Erkel F. g. IV. o. t.)