*a)* A számlálót szorzattá alakítva a $\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$ képlet alapján:

$$\frac{2\,\cos\dfrac{3\alpha+\alpha}{2}\cos\dfrac{3\alpha-\alpha}{2}}{2\cos^3\alpha-2\sin^2\alpha\,\cos\alpha}=\frac{2\,\cos 2\alpha\,\cos\alpha}{2\,\cos\alpha(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}=\frac{2\,\cos 2\alpha\,\cos\alpha}{2\,\cos\alpha\,\cos 2\alpha}=1.$$

*b)* Ismeretes, hogy $\cos(x-y)=\cos x\,\cos y+\sin x\sin y$, azért fordítva $\cos(\alpha+\beta)\,\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\,\sin\alpha=\cos\big[(\alpha+\beta)-\alpha\big]=\cos\beta$, és így kifejezésünk

$$\frac{\cos\beta}{\cos\beta}=1.$$

*c)*

$$\begin{aligned}\sin 3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)=\sin 2\alpha\cos\alpha+\cos 2\alpha\sin\alpha=2\sin\alpha\cos^2\alpha+(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\sin\alpha=\\=2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)+(1-2\sin^2\alpha)\sin\alpha=\\=2\sin\alpha-2\sin^3\alpha+\sin\alpha-2\sin^3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha.\\ \cos 3\alpha=\cos(2\alpha+\alpha)=\cos 2\alpha\cos\alpha-\sin 2\alpha\sin\alpha=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cos\alpha-2\sin^2\alpha\cos\alpha=\\=\cos^3\alpha-(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha-2(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha=\\=\cos^3\alpha-\cos\alpha+\cos^3\alpha-2\cos\alpha+2\cos^3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha.\end{aligned}$$

Az így nyert értékeket kifejezésünkbe helyettesítve

$$\frac{3\sin\alpha-4\sin^3\alpha+4\sin^3\alpha}{4\cos^3\alpha-3\cos\alpha-4\cos^3\alpha}+\operatorname{tg}\alpha=\frac{3\sin\alpha}{-3\cos\alpha}+\operatorname{tg}\alpha=-\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha=0.$$

*Rozsondai Béla* (Sopron, Széchenyi g. III. o. t.)