Először bizonyítjuk a b) állítást.

A cosinus-tételt alkalmazva az AFC és BCF háromszögekre,

(ahol F a szögfelező és az a oldal metszéspontja)

$$u^2 = f_a^2 + c^2 - 2cf_a \cos\frac{\alpha}{2},$$
$$v^2 = f_a^2 + b^2 - 2bf_a \cos\frac{\alpha}{2}.$$

Innen:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{f_a^2 + c^2 - u^2}{2cf_a} = \frac{f_a^2 + b^2 - v^2}{2bf_a},$$
$$(f_a^2 + c^2 - u^2)b = (f_a^2 + b^2 - v^2)c,$$
$$f_a^2(b-c) = b^2c - bc^2 + bu^2 - cv^2 = bc(b-c) + bu^2 - cv^2,$$

amiből

$$f_a^2 = bc - \frac{cv^2 - bu^2}{b-c} = bc - uv\frac{c\dfrac{v}{u} - b\cdot\dfrac{u}{v}}{b-c}.$$

A szögfelező a szöggel szemben fekvő oldalt a szöget bezáró oldalak arányában osztja, vagyis: $\dfrac{u}{v} = \dfrac{c}{b}$.

Ezt felhasználva:

$$f_a^2 = bc - uv\frac{c\dfrac{b}{c} - b\cdot\dfrac{c}{b}}{b-c} = bc - uv.$$

a) f_a hosszának kiszámításához kifejezzük u és v értékét a háromszög oldalával:

$$\frac{u}{v} = \frac{c}{b} \quad \text{és} \quad u + v = a,$$

amiből $v = a - u$ és $\dfrac{u}{a-u} = \dfrac{c}{b}$, $ub = ca - cu$,

és így $u = \dfrac{ac}{b+c}$; hasonlóképpen $v = \dfrac{ab}{b+c}$.

u és v kapott értékeit f_a kifejezésébe behelyettesítve:

$$f_a^2 = bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} = \frac{bc\left[(b+c)^2 - a^2\right]}{(b+c)^2} =$$
$$= \frac{bc(b+c+a)(b+c-a)}{(b+c)^2}.$$

A szokásos jelöléssel $a + b + c = 2s$, valamint $-a + b + c = 2(s-a)$, és így

$$f_a = \frac{2\sqrt{bcs(s-a)}}{b+c}.$$

Hasonlóképpen

$$f_b = \frac{2\sqrt{acs(s-b)}}{a+c} \quad \text{és} \quad f_c = \frac{2\sqrt{abs(s-c)}}{a+b}$$

Kántor Sándor (Debrecen, Ref. koll. III. o. t.)