Írjuk fel a szomszédos tagok különbségeinek sorozatát, az ú. n. differenciasorozatot:

$$8,\ 6,\ 16,\ 10,\ 24,\ 14,\ 32,\ 18,\ 40,\ \ldots$$

A differenciasorozat páratlan sorszámú tagjai a 8, 16, 24, ... számtani sorozatot, a páros sorszámúak a 6, 10, 14, ... számtani sorozatot alkotják. (1) tagjai tehát ilyen alakban állíthatók elő:

$$a_n = 1\cdot 2 + 1\cdot 8 + 3\cdot 2 + 2\cdot 8 + 5\cdot 2 + 3\cdot 8 + \ldots$$

Ha n páratlan, azaz $2k+1$ alakú,

$$a_{2k+1} = 2\big[(1+3+\ldots+(2k+1)\big] + 8(1+2+3+\ldots+k).$$

A számtani sorokat összegezve:

$$a_{2k+1} = 2(k+1)^2 + 8\cdot\frac{k^2+k}{2} = 6k^2+8k+2.$$

Páratlan n-ekre tehát, mivel $n=2k+1$, k helyébe $\frac{n-1}{2}$-t téve,

$$a_n = 6\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + 8\frac{n-1}{2} + 2,$$

(2) $$\text{vagyis}\quad a_n = \frac{3}{2}n^2 + n - \frac{1}{2}$$

Páros n-ekre, azaz ha $n=2k$,

$$a_{2k} = 2\big[(1+3+\ldots+(2k-1)\big] + 8(1+2+\ldots+k).$$

Az előbbi megfontolás alapján

$$a_{2k} = 2k^2 + 8\frac{k^2+k}{2} = 6k^2+4k.$$

Itt $n=2k$ miatt k helyébe $\frac{n}{2}$-t kell írnunk, s így páros n-ekre:

$$a_n = 6\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 4\cdot\frac{n}{2},$$

vagyis

(3) $$a_n = \frac{3}{2}n^2 + 2n.$$

(3) értéke $n+\frac{1}{2}=\frac{2n+1}{2}$-vel nagyobb, mint (2)-é. Adjunk (2)-höz $\frac{2n+1}{4}$-et. A kapott összegből páratlan n esetén $\frac{2n+1}{4}$-et le kell vonni, páros n esetén ugyanannyit hozzá kell adni, hogy helyes képletet kapjunk. Ezt a kettősséget egy $(-1)^n$ szorzótényezővel írhatjuk le.
Így

$$a_n = \frac{3}{2}n^2 + n - \frac{1}{2} + \frac{2n+1}{4} + (-1)^n\frac{2n+1}{4},$$

ami végleges alakban így írható:

$$a_n = 3\frac{n^2+n}{2} - \frac{1}{4} + (-1)^n\frac{2n+1}{4}.$$