Először is távolítsuk el a törteket az egyenletekből:

$$x-y=a(z-1),\ y-z=b(x-1),\ z-x=c(y-1),$$

illetőleg
$$x-y-az=-a,\ -bx+y-z=-b,$$
$$-x-cy+z=-c.$$

Fejezzük ki pl. z-t a harmadik egyenletből és helyettesítsük be az első kettőbe:

$$z=x+cy-c$$
$$x-y-a(x+cy-c)=-a \text{ és } -bx+y-(x+cy-c)=-b$$

illetőleg
$$(1-a)x-(ac+1)y=-a(c+1),$$
és
$$-(b+1)x+(1-c)y=-(b+c).$$

Azzal a feltétellel, hogy $1-c\neq 0$ fejezzük most ki a második egyenletből y-t:

$$y=\frac{(b+1)x-(b+c)}{1-c}$$

Ha ezt legutóbbi első egyenletünk megfelelő helyére írjuk, akkor már csak egy ismeretlenünk marad, és erre a következő egyenletet nyerjük:

$$(1-a)x-\frac{ac+1}{1-c}\big[(b+1)x-(b+c)\big]=-a(c+1).$$

Távolítsuk el a törtet:

$$(1-a)(1-c)x-(1+b)(1+ac)x+(1+ac)(b+c)=$$
$$=-a(1+c)(1-c).$$

Polinommá alakítva és rendezve, összevonás után a

$$-(a+b+c+abc)x=-(a+b+c+abc)$$

egyenlethez jutunk, melyből, ha x szorzója 0-tól különbözik, x számára 1-et kapunk megoldásként. Ha x-nek ezt az értékét beírjuk y, majd z kifejezésébe, rövid számolás után meggyőződhetünk arról, hogy ezeknek az ismeretleneknek értékei gyanánt is 1-et kapunk. Márpedig egyik ismeretlen sem lehet 1-gyel egyenlő, hiszen akkor eredeti egyenletrendszerünk mindhárom egyenletének baloldalán 0 nevezőjű tört állana, és – mint tudjuk – 0-val nem szabad osztani.

Arra az eredményre jutottunk tehát, hogy ha $1-c\neq 0$, hasonlóan $1-b\neq 0$ és $1-a\neq 0$, végül $a+b+c+abc$ sem zérus, akkor egyenletrendszerünknek *nincs* megoldása.

Mi a megoldhatóság feltétele? Azt gyanítjuk, hogy az, hogy az imént kizárt esetek valamelyike, esetleg egyszerre több is bekövetkezzék. Csakugyan így áll a dolog. Ha pl. $1-c=0$, azaz $c=1$, akkor eredeti egyenletrendszerünk harmadik egyenlete így alakul:

$$\frac{z-x}{y-1}=1$$

és innen

$$z=x+y-1$$

z-nek ezt az értékét írjuk be a második egyenlet megfelelő helyére:

$$\frac{y-x-y+1}{x-1}=b$$

Ebből azt kapjuk, hogy $b=-1$ ill. ennek figyelembevételével:

$$\frac{y-z}{x-1}=-1$$

és a tört eltávolítása után ebből z-re ugyanazt az összefüggést nyerjük, mint a harmadik egyenletből, tehát a két egyenlet ugyanazt mondja, kettejük közül az egyik fölösleges. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy három ismeretlenünk van, de voltaképpen csak két (független) egyenletünk. Ilyenkor van ugyan megoldás, de nem egyértelmű. Végtelen sok megoldást kapunk: az egyenletrendszer határozatlan.

Teljesen hasonlóan járhatunk el az $1-b=0$ és az $1-a=0$ esetekben, sőt ugyanerre az eredményre jutunk, ha az

$$a+b+c+abc=0$$

feltevésből indulunk ki. Ha az itt szereplő betűk valamelyikét kifejezzük a másik kettő segítségével, akkor végül is olyan két egyenlethez jutunk, melyek közül az egyik a másikból egy állandó számmal való szorzás útján állítható elő. A részletes számolást itt mellőzzük, de a mondottak alapján bárki megcsinálhatja önállóan.

Megjegyezzük, hogy diszkussziónk folyamán is állandóan éltünk azzal a kikötéssel, hogy $x-1\neq 0$, stb. Ezek alapvető feltevések, hiszen különben egyenletrendszerünknek értelme sem lenne.