

Mivel $a > 1$ és $n > 0$,

$$a^n + 1 \geq a + 1 > 2,$$

tehát $a^n + 1$ csak 2-nél nagyobb, vagyis páratlan törzsszám lehet. De $a^n + 1$ csak úgy lehet páratlan ha a páros.

Hiába volna azonban a páros $a^n + 1$ mégsem lehetne törzsszám, ha n nem volna 2 hatványa. Mert tegyük fel, hogy n csakugyan nem hatványa 2-nek, azaz van legalább egy páratlan (valódi) osztója: p . Ekkor n így írható:

$$n = 2^k p,$$

ahol k nem negatív egész szám. Ilyenkor azonban

$$a^n + 1 = a^{2^k \cdot p} + 1 = \left(a^{2^k}\right)^p + 1^p.$$

p -ről feltettük, hogy páratlan, esetünkben tehát $a^n + 1$ két egyenlő páratlan kitevőjű hatvány összegeként írható fel, erről az összegről pedig ismeretes, hogy mindig osztható az alapok összegével, itt $a^{2^k} + 1$ -gyel. Ennélfogva, ha n -nek van egy páratlan osztója, akkor $a^n + 1$ biztosan nem lehet törzsszám.

Dancs István (Pannonhalmi g. III. o. t.)