Fejezzük ki az egyenlőtlenségből $u_1+u_2+\ldots+u_k$-t, kapjuk, hogy

$$u_1+u_2+\ldots+u_k \le (v_1+v_2+\ldots+v_k)^{\frac{p-1}{p}} \left(\frac{u_1^p}{v_1^{p-1}}+\frac{u_2^p}{v_2^{p-1}}+\ldots+\frac{u_k^p}{v_k^{p-1}}\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Elegendő ezt az egyenlőtlenséget igazolni, mert ebből következik az előbbi.

Miután $\dfrac{p-1}{p}+\dfrac{1}{p}=1$, a Hölder–egyenlőtlenség alkalmazása kínálkozik.
Legyen

$$r=\frac{p}{p-1}, \quad s=p, \quad n=k; \quad a_1=v_1^{\frac{p}{p-1}}, \quad a_2=v_2^{\frac{p}{p-1}}, \quad \ldots, \quad a_k=v_k^{\frac{p}{p-1}};$$

$$b_1=\frac{u_1}{v_1^{\frac{p}{p-1}}}, \quad b_2=\frac{u_2}{v_2^{\frac{p}{p-1}}}, \quad \ldots, \quad b_k=\frac{u_k}{v_k^{\frac{p}{p-1}}},$$

akkor a Hölder-egyenlőtlenség éppen a bizonyítandó egyenlőtlenséget adja.