A kéttagú szimmetrikus Jensen–egyenlőtlenség két oldalának különbségét képezve

$$\frac{\overset{a}{\log}(1+a^{x_1})+\overset{a}{\log}(1+a^{x_2})}{2}-\overset{a}{\log}\left(1+a^{\frac{x_1+x_2}{2}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\overset{a}{\log}\frac{1+a^{x_1}+a^{x_2}+a^{x_1+x_2}}{1+2a^{\frac{x_1+x_2}{2}}+a^{x_1+x_2}}>0,$$

$$\text{ha } x_1\neq x_2 \text{ és } a>1, \text{ mert } a^{x_1}+a^{x_2}>2\sqrt{a^{x_1}a^{x_2}}=2a^{\frac{x_1+x_2}{2}},$$

tehát $\overset{a}{\log}(1+a^x)$ konvex.

Másrészt

$$\frac{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}}{2}-\sqrt{1+\left(\frac{(x_1+x_2)}{2}\right)^2}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{(\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2})^2-4\left[1+\left(\frac{(x_1+x_2)}{2}\right)^2\right]}{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}+2\sqrt{1+\left(\frac{(x_1+x_2)}{2}\right)^2}}.$$

Itt a számláló

$$2+x_1^2+x_2^2+2\sqrt{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}-4-(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)=$$
$$=2\left[\sqrt{1+x_1^2+x_2^2+(x_1x_2)^2}-(1+x_1x_2)\right]>$$
$$>2\left[\sqrt{1+2x_1x_2+(x_1x_2)^2}-(1+x_1x_2)\right]=0,$$

ha x_1 és x_2 különböző számok. Így $\sqrt{1+x_2}$ is konvex.

Írjuk fel a két függvényre a k tagú szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenséget (melynek helyessége következik a kéttagú egyenlőtlenség teljesüléséből).

$$\frac{\overset{a}{\log}(1+a^{x_1})+\overset{a}{\log}(1+a^{x_2})\ldots+\overset{a}{\log}(1+a^{x_k})}{k}\geqq\overset{a}{\log}\left(1+a^{\frac{x_1+x_2+\ldots+x_k}{k}}\right).$$

Legyen $x_1=\overset{a}{\log}\,a_1$, $x_2=\overset{a}{\log}\,a_2$, $\ldots$ $x_k=\overset{a}{\log}\,a_k$, és keressük azokat a számokat, melyek logaritmusai állnak a két oldalon. Ekkor kapjuk a

$$\sqrt[k]{(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_k)}\geqq 1+\sqrt[k]{a_1a_2\ldots a_k}$$

egyenlőtlenséget. Egyenlőség csak az $a_1=a_2=\ldots=a_k$ esetben következik be

Az $\sqrt{1+x^2}$ függvényre vonatkozóan

$$\frac{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}+\ldots+\sqrt{1+x_k^2}}{k}\geqq\sqrt{1+\left(\frac{x_1+x_2+\ldots+x_k}{k}\right)^2},$$

vagy k-val átszorozva és a két oldalt felcserélve és x_1, x_2, $\ldots$, x_k helyett a_1, a_2, $\ldots$, a_k-t téve:

$$\sqrt{k^2+(a_1+a_2+\ldots+a_k)^2}\leqq\sqrt{1+a_1^2}+\sqrt{1+a_2^2}+\ldots+\sqrt{1+a_k^2}.$$