

A számtani és négyzetes közép közti egyenlőtlenség szerint

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{k} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + \dots + a_k^2}{k}} \leq \frac{1}{\sqrt{k}},$$

amiből az állítás következik, és egyenlőség csak az $a_1 = a_2 = \dots = a_k$ esetben áll fenn.