[1] Legyenek a téglatest egy csúcsba futó élei a, b, c. Ekkor

a) a felszín:

$$F = 2(ab + bc + ca) \geqq 6\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 6K^{\frac{2}{3}}$$

a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség szerint. Mivel az F felszín állandó, a K köbtartalom akkor a legnagyobb, ha 2/3-ik hatványának 6-szorosa egyenlő a felszínnel. Ez csak akkor lehet, ha $ab = bc = ca$, vagyis a kockánál.

b) Az élek E összhosszára

$$E = 4(a + b + c) \geqq 12\sqrt[3]{abc} = 12K^{\frac{1}{3}}$$

c) Az átló d hosszára a négyzetes középre vonatkozó egyenlőtlenség szerint

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geqq \sqrt{3}\frac{a + b + c}{3} = \frac{E}{4\sqrt{3}} \geqq \sqrt{3}K^{\frac{1}{3}}.$$

Az *a)* esethez hasonlóan következik az egyenlőtlenségekből e két esetben is, hogy a kocka szolgáltatja a maximális térfogatú téglatestet.

d) Az utolsó egyenlőtlenségből (az utolsó előtti kifejezésnél megállva) az is következik, hogy állandó él összhossz mellett, a kocka átlója a legrövidebb.

A fordított kérdések úgy tehetők fel: egyenlő térfogat mellett melyik téglatestnek lesz a legkisebb: *a)* a felszíne, *b)* élei hosszának az összege, *c)* átlója, *d)* az egyenlő átlójú téglatestek közül melyik élei hosszának az összege a legnagyobb? A fönti egyenlőtlenségeket ellenkező irányban olvasva adódik, hogy ezeket a szélső értékeket is mindig a kocka szolgáltatja.

[1]A Lap III. kötetében megjelent hasonló című cikksorozatának IV. közleményében kitűzött feladatok megoldásának befejező része. Az e feladatokra nyert pontokat a megfelelő év pontversenyében vettük számba.