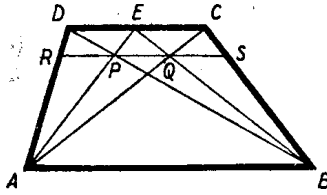


Legyenek a trapéz csúcspontjai  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$ . A  $CD$  párhuzamos oldal felezőpontja  $E$ , az  $AE$  és  $BD$  egyenesek metszéspontja  $P$ , az  $AC$  és  $BE$  metszéspontja  $Q$ . A  $PQ$  egyenesnek metszéspontjai az  $AD$ , ill.  $BC$  szárakkal legyenek  $R$  és  $S$ . Bebizonyítandó, hogy  $RP = PQ = QS$ .



Először azt bizonyítjuk, hogy a  $PQ$  egyenes párhuzamos a trapéz párhuzamos oldalaival.

$$ABP\Delta \sim EDP\Delta,$$

mert a szögek egyenlők. Ebből következik, hogy

$$AP : PE = AB : ED,$$

hasonlóképpen nyerjük, az  $AQB$  és  $CQE$  hasonló háromszögekből, hogy

$$BQ : QE = AB : EC.$$

Mivel  $ED = EC$ , azért  $BQ : QE = AP : PE$ . Ebből  $(BQ + QE) : QE = (AP + PE) : PE$ , vagyis

$$BE : QE = AE : PE.$$

Az  $ABE$  háromszögben és a  $PQE$  háromszögben két-két oldal aránya egyenlő, a két oldal által bezárt szög közös, tehát e két háromszög hasonló és így  $PQ$  és  $AB$  párhuzamosak.

Az  $ACD$  háromszögnek  $AE$  súlyvonala, s így felezi a  $CD$  oldallal párhuzamos  $RQ$  szakaszt is:  $RP = PQ$ . Hasonlóképpen a  $BDC$  háromszögből  $PQ = QS$ . Összevetve  $RP = PQ = QS$ , amit bizonyítani akartunk.