$$0 = \operatorname{tg} 180^\circ = \operatorname{tg}(\alpha+\beta+\gamma) = \frac{\dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta} + \operatorname{tg}\gamma}{1 - \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}\operatorname{tg}\gamma} = \frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma}{1-(\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma)}.$$

Hegyesszögekről lévén szó, a tangensek mind végesek, a tört értéke tehát csak úgy lehet 0, ha számlálója 0. Vagyis

$$\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma \tag{1}$$

Ugyancsak a hegyesszögek miatt mindhárom tangens pozitív, felírható tehát rájuk a számtani és mértani közép ismert összefüggése

$$\sqrt[3]{\operatorname{tg}\alpha\ \operatorname{tg}\beta\ \operatorname{tg}\gamma} \le \frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma}{3}$$

átszorozva és köbre emelve

$$27\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma \le (\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma)^3 \tag{2}$$

(1)-et is (2)-t felhasználva kapjuk, hogy

$$27\ \operatorname{tg}\alpha\ \operatorname{tg}\beta\ \operatorname{tg}\gamma \le (\operatorname{tg}\alpha\ \operatorname{tg}\beta\ \operatorname{tg}\gamma)^3,$$

egyszerűsítve és négyzetgyököt vonva

$$\sqrt{27} \le \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma. \tag{3}$$

(3)-ból látható, hogy $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma$ a $\sqrt{27}$-nél kisebb értéket nem vehet fel. $\sqrt{27}$-et csak akkor veheti fel, ha a felhasznált számtani és mértani közép közti egyenlőtlenségben az egyenlőség jele érvényes. Ez pedig csak úgy lehet, ha $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\beta=\operatorname{tg}\gamma$. Ez azt jelenti, hogy

$$\alpha=\beta=\gamma=60^\circ.$$

Mivel $\operatorname{tg}60^\circ=\sqrt{3}$, az egyenlőoldalú háromszög esetében $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma=\left(\sqrt{3}\right)^3=\sqrt{27}$, tehát a tangensszorzat valóban felveszi a (3)-ból adódó minimumot.