I. megoldás: Ismeretes, hogy

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Mivel n, $n+1$ és $2n+1$ relatív prím számok, kifejezésünk nyilván akkor és csakis akkor osztható n-nel, ha $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ egész szám, vagyis $(n+1)(2n+1)$ osztható 2-vel és 3-mal. $(2n+1)$ páratlan lévén $(n+1)$-nek párosnak kell lennie, vagyis n páratlan. Ha n osztható 3-mal, akkor egyik tényező sem osztható 3-mal. Tehát n csak $3k\pm1$ alakú lehet. $n=3k+1$ esetén $2n+1=6k+2+1=6k+3$ osztható 3-mal, $n=3k-1$ esetén pedig $n+1=3k$ osztható 3-mal.

Tehát az oszthatóság fennáll minden 2-vel és 3-mal nem osztható n-re.

II. megoldás: Mivel az előző megoldás azonosságában a baloldal egész szám, ezért a jobboldalon álló $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ is egész minden n egész számra. Ha tehát n és 6 relatív prím számok, akkor szükségképpen $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ egész, s így a négyzetösszeg osztható n-nel. Ha viszont n-nek és 6-nak van közös osztója, ez nem lehet osztója sem $n+1$-nek, sem $2n+1$-nek, mert ezek relatív prímek n-hez. Így ez esetben $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ nem lehet egész.

Tehát az oszthatóság az $n=6k\pm1$ alakú számokra áll fenn.